1STMG FICHE D'EXERCICES STATISTIQUES A DEUX VARIABLES

Exercice 1 :

Une entreprise veut lancer sur le marché un nouveau logiciel de gestion et a demandé une étude sur la demande de ce nouveau produit.

L'étude a permis d'établir le tableau suivant :
x_i représente le prix en euros
y_i la demande correspondante en centaine d'unités.

prix en euros x_i	50	55	60	70	80	100
demande en centaines d'unités y_i	327	316	300	277	255	200

1. Construire le nuage de points dans un repère adapté.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le dessin précédent.
3. **a.** Un ajustement affine est-il adapté ?

   b. Tracer une droite au jugé et déterminer son équation.

   c. Déterminer à l'aide de la calculette une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés et tracer la droite sur le dessin précédent. (*arrondir les coefficients au dixième*).

   d. Votre droite au jugé vous semble t-elle pertinente ?
4. **a.** Quelle serait la demande pour un prix de 65 € ?

   b. La conception et la réalisation de ce logiciel sont estimées à un coût unitaire de 35 € et l'entreprise ne peut vendre en dessous de ce prix. Peut-elle espérer une demande de 40 000 unités ?

Exercice 2 : *Population en France...*

Le tableau suivant indique, en millions, la population de la France métropolitaine d'après les recensements depuis 1946.

Le détail des calculs statistiques effectués, avec une calculatrice n'est pas demandé. Les nombres à déterminer seront arrondis à trois décimales.

Année	Rang x_i de l'année	Population y_i
1946	0	40, 439
1954	8	42, 706
1962	16	46, 425
1968	22	49, 712
1975	29	52, 592
1982	36	54, 335
1990	44	56, 615
1999	53	58, 416

1. Le plan est rapporté à un repère orthogonal, les unités graphiques étant :
   - 0,25 cm sur l'axe des abscisses
   - 1 cm sur l'axe des ordonnées, la graduation des ordonnées débutant à 40.

   a. Construire le nuage de points dans le repère précédent.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point sur le graphique précédent.

   c. Un ajustement affine est-il adapté ?
2. Tracer une droite au jugé et déterminer son équation.
3. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés. Tracer cette droite sur le graphique précédent.
4. En supposant que cette évolution de la population se poursuive, donner une estimation de la population en 2005.

Exercice 3 : *Série chronologique. . .*

Le prix de vente des terrains à bâtir dans la même commune est donné par le tableau suivant :

Année	1990	1995	1997	2000	2005	2007	2010
Rang de l'année x_i	0	5	7	10	15	17	20
Prix du m^2 en Euros y_i	58, 8	60, 9	62, 1	67, 5	71, 7	73	73, 8

Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal,
où 5 cm représentent 10 ans en abscisses, 5 cm représentent 10 euros en ordonnées.

1. Déterminer le point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.
2. Ajustement affine par la méthode de Mayer .
   a. Calculer les coordonnées de G_1 point moyen associé aux trois premiers points.
   b. Calculer les coordonnées de G_2 point moyen associé aux quatre derniers points.
   c. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2).
   d. Utiliser l'ajustement fourni par la droite (G_1G_2) pour estimer le prix du m^2 en 2003.
3. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés
   a. Écrire une équation de la droite d'ajustement affine de y en x, notée (d) (*arrondir à* 10^{-2}).
   b. Tracer (d).
   c. À l'aide de cet ajustement, estimer à 1 millier d'euros près le prix d'un terrain de 1 500 m^2 en 2003.
   d. En utilisant cet ajustement, estimer l'année au cours de laquelle le prix du m^2 dépassera 80 €.

Exercice 4 :

On s'intéresse à l'évolution de la production électrique par les éoliennes en France. Le tableau ci-dessous présente les données entre 2006 et 2011.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Production en Térawatt-heure (TWh) y_i	2,3	4,0	5,6	7,9	9,7	11,9

Source : Réseau de transport d'électricité (RTE), Bilan électrique 2011

1. Sur une feuille de papier millimétré, représenter le nuage des points dans un repère orthogonal du plan. On prendra comme unités graphiques, 1 cm pour une année pour les abscisses et 0,5 cm pour un Térawatt-heure pour les ordonnées (on graduera l'axe des ordonnées jusqu'à 30).
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le repère.
3. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation réduite de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Elle sera notée (d) et on arrondira les coefficients à 0,001 près.

   Pour la suite de cet exercice, on utilisera comme équation réduite de la droite (d) : $y = 1{,}92x + 2{,}1$.
4. Tracer la droite (d) dans le repère orthogonal dans lequel est représenté le nuage de points.
5. Vérifier par le calcul que le point G appartient à la droite (d).
6. Selon les projections du Grenelle de l'environnement, le parc éolien français devrait produire 55 TWh en 2020. On suppose que l'évolution de la production électrique par les éoliennes en France se poursuit selon le modèle donné par la droite d'ajustement (d).
   a. Déterminer graphiquement une estimation de la production éolienne française en 2020. On laissera apparents tous les tracés utiles à la lecture graphique.
   b. Retrouver ce résultat par le calcul.
   c. Selon cette estimation, les objectifs fixés lors du Grenelle de l'environnement seront-ils atteints ?

1STMG CORRECTION FICHE D'EXERCICES STATISTIQUES A DEUX VARIABLES

Exercice 1 :

Une entreprise veut lancer sur le marché un nouveau logiciel de gestion et a demandé une étude sur la demande de ce nouveau produit.

L'étude a permis d'établir le tableau suivant :
x_i représente le prix en euros
y_i la demande correspondante en centaine d'unités.

prix en euros x_i	50	55	60	70	80	100
demande en centaines d'unités y_i	327	316	300	277	255	200

1. Construire le nuage de points dans un repère adapté (voir fin du corrigé)
2. Calculer les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le dessin précédent. (arrondir au dixième)

$\bar{x} = \frac{50+55+60+70+80+100}{6} = \frac{415}{6} \approx \mathbf{69,2}$ et $\bar{y} = \frac{327+316+300+277+255+200}{6} = \frac{1675}{6} \approx \mathbf{279,6}$

Donc **G (69,2 ; 279,6)**

3. **a**. Un ajustement affine est-il adapté ?

Le nuage est allongé donc un ajustement affine est tout à fait adapté.

b. Tracer une droite au jugé et déterminer son équation.

Ma droite au jugé passe par G(69,2 ; 279,6) et par F (100 ; 200).

Elle a pour équation $y = m\,x + p$

avec $m = \frac{y_G - y_F}{x_G - x_F} = \frac{279,6 - 200}{69,2 - 100} = -\frac{79,2}{30,8} = -\frac{18}{7} \approx -2,6$

$y_F = m\,x_F + p$ donc $200 = -\frac{18}{7} \times 100 + p \Leftrightarrow 200 + \frac{1800}{7} = p \Leftrightarrow p = \frac{3200}{7} \approx 457,1$

L'équation de la droite au jugé est donc $\mathbf{y = -\frac{18}{7}x + \frac{3200}{7}}$ soit environ $\mathbf{y = -2,6\,x + 457,1}$

c. Déterminer à l'aide de la calculette une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés et tracer la droite sur le dessin précédent. (*arrondir les coefficients au dixième*).

Grâce à la calculette on obtient **$y = -2,5\,x + 453$.**

d. Votre droite au jugé vous semble t-elle pertinente ?

Les deux équations sont très proches donc ma droite au jugé est bien tracée.

4. **a.** Quelle serait la demande pour un prix de 65 € ?

On remplace x par 65 dans l'équation de la droite de Meyer.

$y = -2,5 \times 65 + 453 = 290,5$

Pour un prix de 65€, la demande serait de 29 050 unités.

b. La conception et la réalisation de ce logiciel sont estimées à un coût unitaire de 35 € et l'entreprise ne peut vendre en dessous de ce prix. Peut-elle espérer une demande de 40 000 unités ?

40 000 unités = 400 centaines d'unités .

On remplace y par 400 dans l'équation de la droite de Meyer.

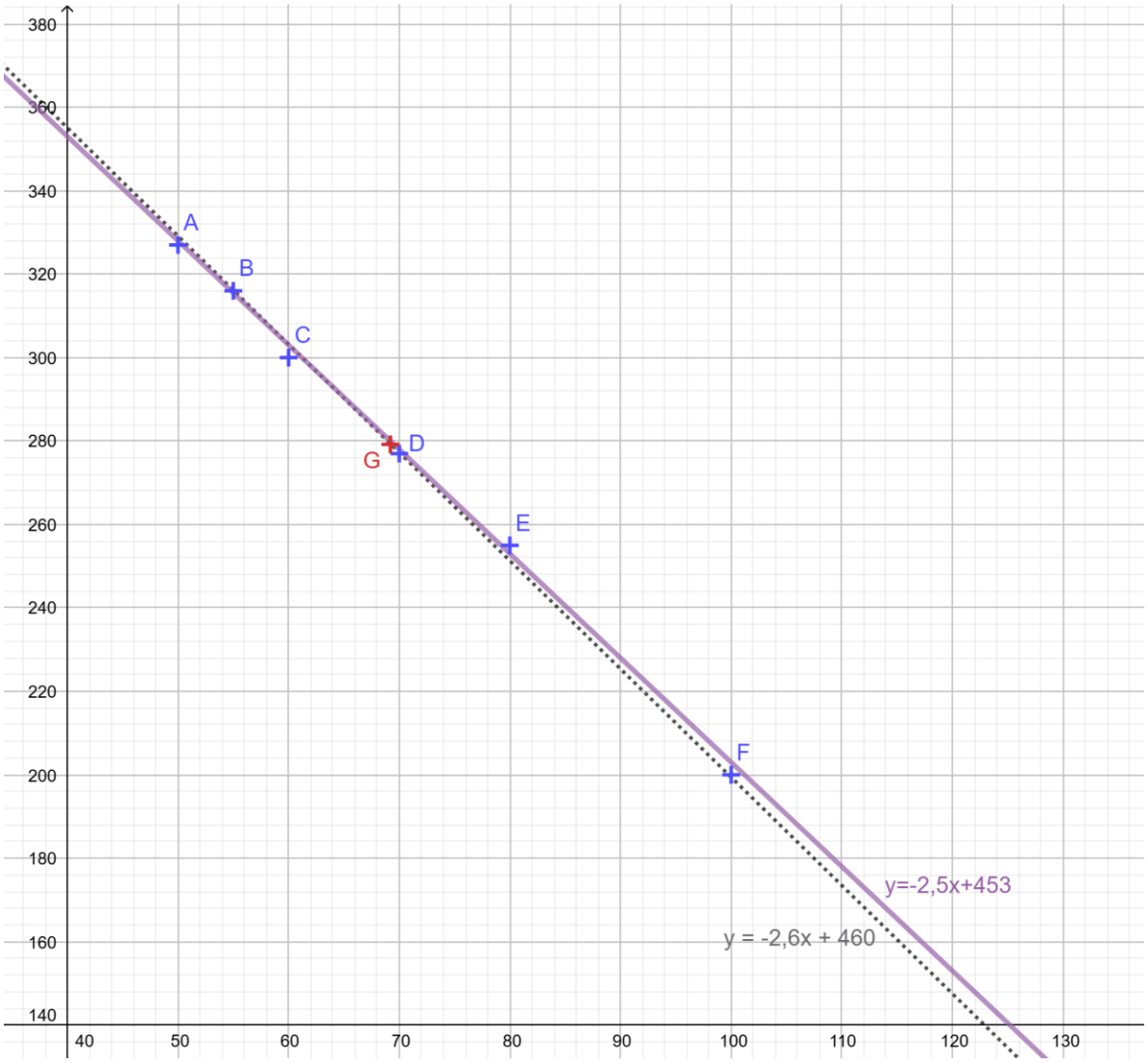
$400 = -2,5\,x + 453 \Leftrightarrow 400 - 453 = -2,5\,x \Leftrightarrow \frac{-53}{-2,5} = p \Leftrightarrow p = 21,2$

Donc pour espérer vendre 40 000 unités, il faudrait que le prix de vente soit au maximum de 21,20€.

L'entreprise n'aura donc jamais une demande de 40 000 unités.

ou on remplace x par 35 et on a $y = -2,5 \times 35 + 453 = 365,5$

Donc pour un prix de 35€ la demande sera de **36 550 unités maximum**.



Exercice 2 : *Population en France...*

Le tableau suivant indique, en millions, la population de la France métropolitaine d'après les recensements depuis 1946.

Le détail des calculs statistiques effectués, avec une calculatrice n'est pas demandé. Les nombres à déterminer seront arrondis à trois décimales.

Année	Rang x_i de l'année	Population y_i
1946	0	40, 439
1954	8	42, 706
1962	16	46, 425
1968	22	49, 712
1975	29	52, 592
1982	36	54, 335
1990	44	56, 615
1999	53	58, 416

1. Le plan est rapporté à un repère orthogonal, les unités graphiques étant :

- 0,25 cm sur l'axe des abscisses
- 1 cm sur l'axe des ordonnées, la graduation des ordonnées débutant à 40.

a. Construire le nuage de points dans le repère précédent (voir fin du corrigé)

b. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point sur le graphique précédent.

$$\bar{x} = \frac{8 + 16 + 22 + 29 + 36 + 44 + 53}{8} = \frac{208}{8} = 26$$

et $$\bar{y} = \frac{40{,}439 + 42{,}706 + 46{,}425 + 49{,}712 + 52{,}592 + 54{,}335 + 56{,}615 + 58{,}416}{8} = \frac{401{,}24}{8} = \mathbf{50{,}155}$$

Donc **G (26 ; 50,155)**

c. Un ajustement affine est-il adapté ?

Le nuage est allongé donc un ajustement affine est tout à fait adapté.

2. Tracer une droite au jugé et déterminer son équation.

Ma droite au jugé passe par G(26 ; 50,155) et par C (16 ; 46,425).

Elle a pour équation $y = m\,x + p$

avec $m = \dfrac{y_G - y_C}{x_G - x_C} = \dfrac{50{,}155 - 46{,}425}{26 - 16} = \dfrac{3{,}73}{10} = 0{,}373$

$y_C = m\,x_C + p$ donc $46{,}425 = 0{,}373 \times 16 + p \Leftrightarrow 46{,}425 - 5{,}968 = p \Leftrightarrow p = 40{,}457$

L'équation de la droite au jugé est donc **$y = 0{,}373\,x + 40{,}457$**.

3. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés. Tracer cette droite sur le graphique précédent.

Grâce à la calculette on obtient **$y = 0{,}36\,x + 40{,}86$.**

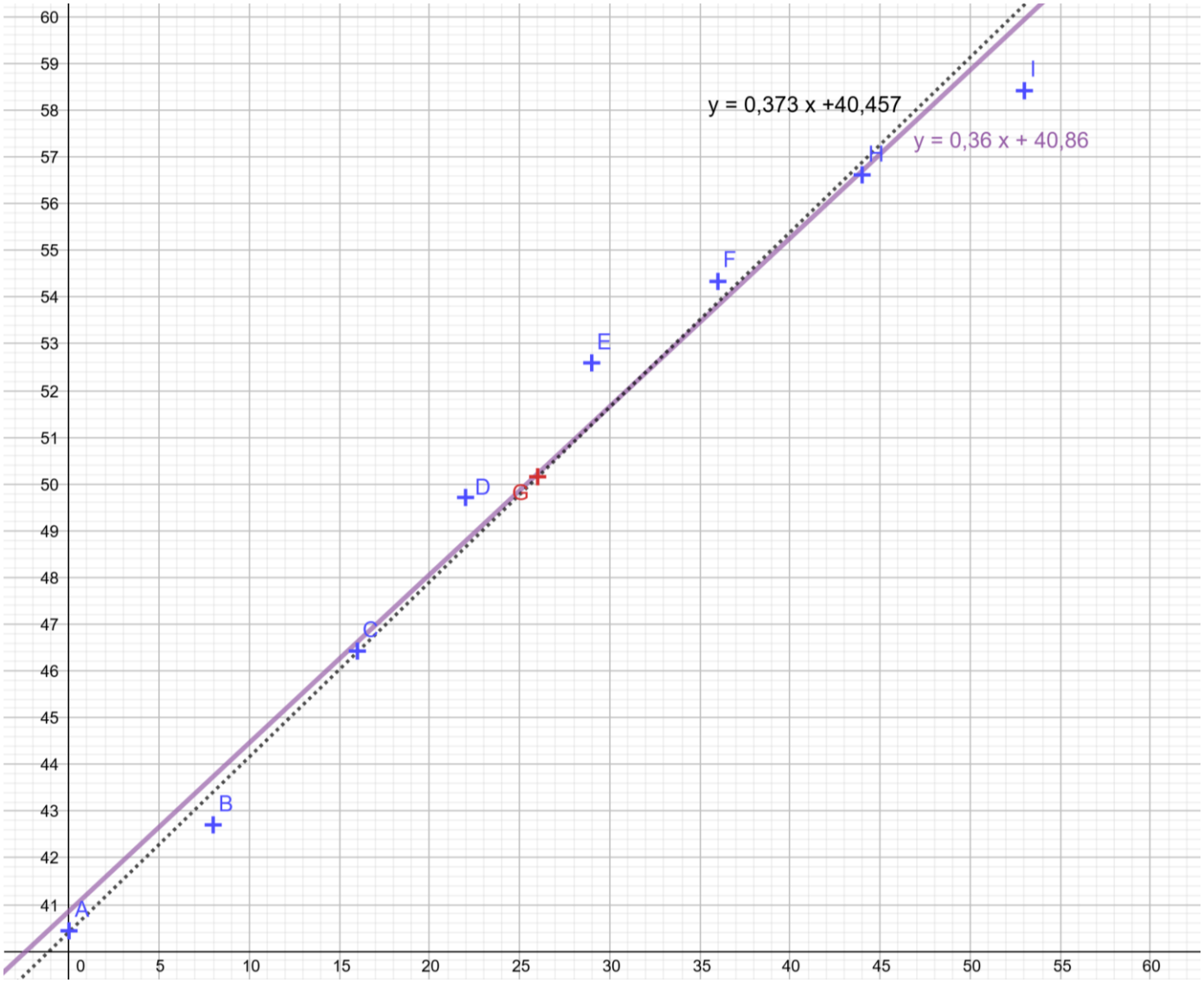
4. En supposant que cette évolution de la population se poursuive, donner une estimation de la population en 2005.

2005 est l'année de rang 59.

On remplace x par 59 dans l'équation de la droite de Meyer.

$y = 0{,}36 \times 59 + 40{,}86 = 62{,}1$

En 2005, il y aura environ 62,1 millions d'habitants.



Exercice 3 : *Série chronologique. . .*

Le prix de vente des terrains à bâtir dans la même commune est donné par le tableau suivant :

Année	1990	1995	1997	2000	2005	2007	2010
Rang de l'année x_i	0	5	7	10	15	17	20
Prix du m^2 en Euros y_i	58, 8	60, 9	62, 1	67, 5	71, 7	73	73, 8

Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal,
où 5 cm représentent 10 ans en abscisses, 5 cm représentent 10 euros en ordonnées.

1. Déterminer le point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.

$\bar{x} = \frac{0+5+7+10+15+17+20}{7} = \frac{74}{7} \approx 10{,}6$

et $\bar{y} = \frac{58{,}8+60{,}9+62{,}1+67{,}5+71{,}7+73+73{,}8}{7} = \frac{467{,}8}{7} = \frac{2339}{35} \approx 66{,}8$

Donc **G (10,6 ; 66,8)**

2. Ajustement affine par la méthode de Mayer .

a. Calculer les coordonnées de G_1 point moyen associé aux trois premiers points.

$\bar{x} = \frac{0+5+7}{3} = \frac{12}{3} = 4$

et $\bar{y} = \frac{58{,}8+60{,}9+62{,}1}{3} = \frac{181{,}8}{3} = \frac{303}{5} = 60{,}6$

Donc **G_1 (4 ; 60,6)**

b. Calculer les coordonnées de G_2 point moyen associé aux quatre derniers points.

$\bar{x} = \frac{10+15+17+20}{4} = \frac{62}{4} = 15{,}5$

et $\bar{y} = \frac{67{,}5+71{,}7+73+73{,}8}{4} = \frac{286}{4} = 71{,}5$

Donc **G_2 (15,5 ; 71,5)**

c. Déterminer une équation de la droite (G_1G_2).

L'équation de la droite (G_1G_2) est de la forme $y = m\,x + p$

avec $m = m = \frac{y_{G2} - y_{G1}}{x_{G2} - x_{G1}} = \frac{71{,}5 - 60{,}6}{15{,}5 - 4} = \frac{10{,}9}{11{,}5} = \frac{109}{115}$

$y_{G1} = m\,x_{G1} + p$ donc $60{,}6 = \frac{109}{115} \times 4 + p \Leftrightarrow 60{,}6 - \frac{436}{115} = p \Leftrightarrow p = \frac{6533}{115}$

L'équation de la droite de Mayer est donc $\mathbf{y = \frac{109}{115}x + \frac{6533}{115}}$.

d. Utiliser l'ajustement fourni par la droite (G_1G_2) pour estimer le prix du m^2 en 2003.

L'année 2003 correspond à la 13è année donc on remplace x par 13 et on calcule y.

$y = \frac{109}{115} \times 13 + \frac{6533}{115} = \frac{1590}{23} \approx 69{,}1$

En 2003, le prix du mètre carré était d'environ 63,10€.

3. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés

a. Écrire une équation de la droite d'ajustement affine de y en x, notée (d) (*arrondir à* 10^{-2}).

D'après la calculette, l'équation de la droite des moindres carrés est $y = 0{,}855\,x + 57{,}79$

b. Tracer (d).

c. À l'aide de cet ajustement, estimer à 1 millier d'euros près le prix d'un terrain de 1 500 m^2 en 2003.

On remplace x par 13 et on calcule y. $y = 0{,}855 \times 13 + 57{,}79 = 68{,}905$

En 2003, le prix du mètre carré était d'environ 68,91€.

d. En utilisant cet ajustement, estimer l'année au cours de laquelle le prix du m^2 dépassera 80 €.

On remplace y par 80 et on résout $0{,}855\,x + 57{,}79 > 80$

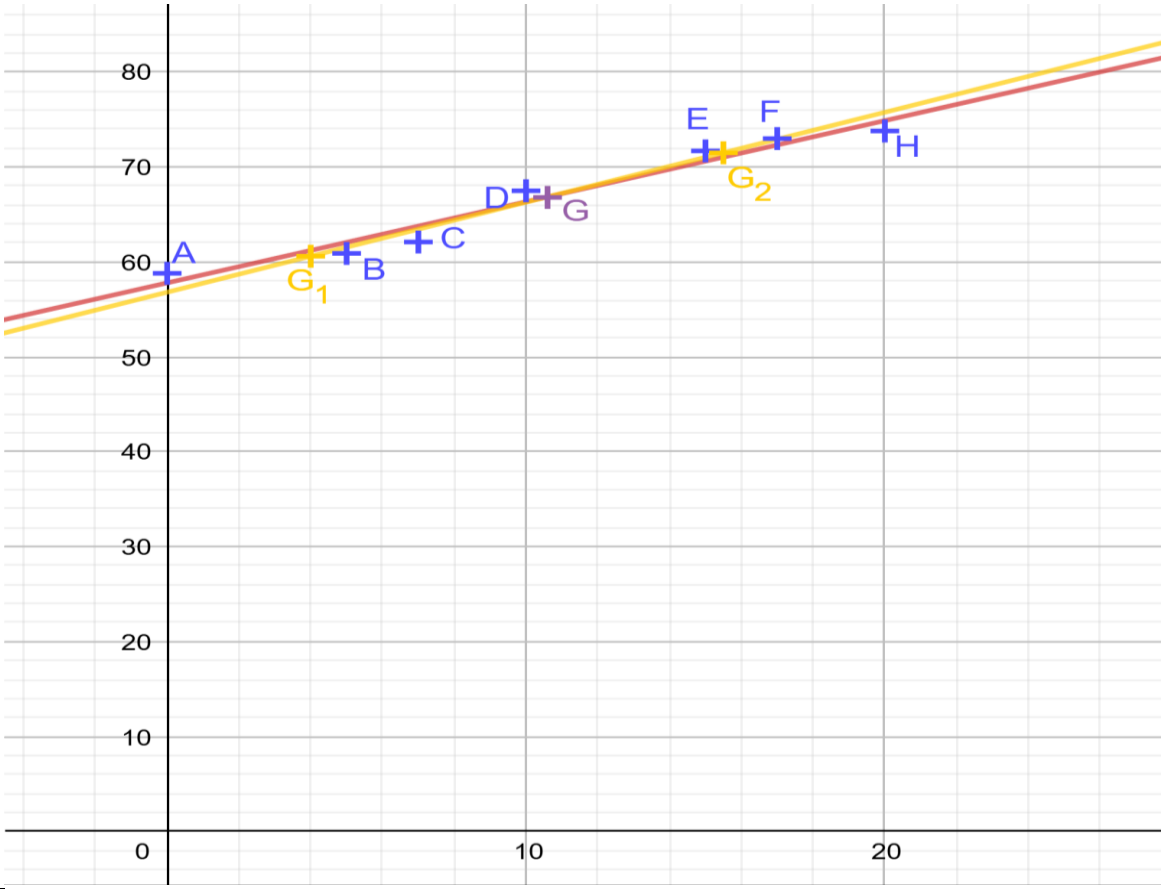
$$0{,}855\,x > 80 - 57{,}79$$

$$0{,}855\,x > 22{,}21$$

$$x > \frac{22{,}21}{0{,}855}$$

$$x > 25{,}98$$

A partir de l'année 26, donc 2016, le prix du mètre carré a dépassé 80€.



Exercice 4 :

On s'intéresse à l'évolution de la production électrique par les éoliennes en France. Le tableau ci-dessous présente les données entre 2006 et 2011.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Production en Térawatt-heure (TWh) y_i	2,3	4,0	5,6	7,9	9,7	11,9

Source : Réseau de transport d'électricité (RTE), Bilan électrique 2011

1. Sur une feuille de papier millimétré, représenter le nuage des points dans un repère orthogonal du plan.
On prendra comme unités graphiques, 1 cm pour une année pour les abscisses
et 0,5 cm pour un Térawatt-heure pour les ordonnées (on graduera l'axe des ordonnées jusqu'à 30).

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G et placer ce point dans le repère.

$$\bar{x} = \frac{0+1+2+3+4+5}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

et $$\bar{y} = \frac{2{,}3+4+5{,}6+7{,}9+9{,}7+11{,}9}{6} = \frac{41{,}4}{6} = \frac{69}{10} = 6{,}9$$

Donc **G (2,5 ; 6,9)**

3. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation réduite de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Elle sera notée (d) et on arrondira les coefficients à 0,001 près.

$y = 1{,}926\,x + 2{,}086$

Pour la suite de cet exercice, on utilisera comme équation réduite de la droite (d) : $y = 1{,}92x + 2{,}1$.

4. Tracer la droite (d) dans le repère orthogonal dans lequel est représenté le nuage de points.

5. Vérifier par le calcul que le point G appartient à la droite (d).

On remplace x par 2,5 dans l'équation $y = 1{,}92x + 2{,}1$.
On a donc $y = 1{,}92 \times 2{,}5 + 2{,}1 = 6{,}9$ donc G appartient à la droite (d).

6. Selon les projections du Grenelle de l'environnement, le parc éolien français devrait produire 55 TWh en 2020. On suppose que l'évolution de la production électrique par les éoliennes en France se poursuit selon le modèle donné par la droite d'ajustement (d).

a. Déterminer graphiquement une estimation de la production éolienne française en 2020.

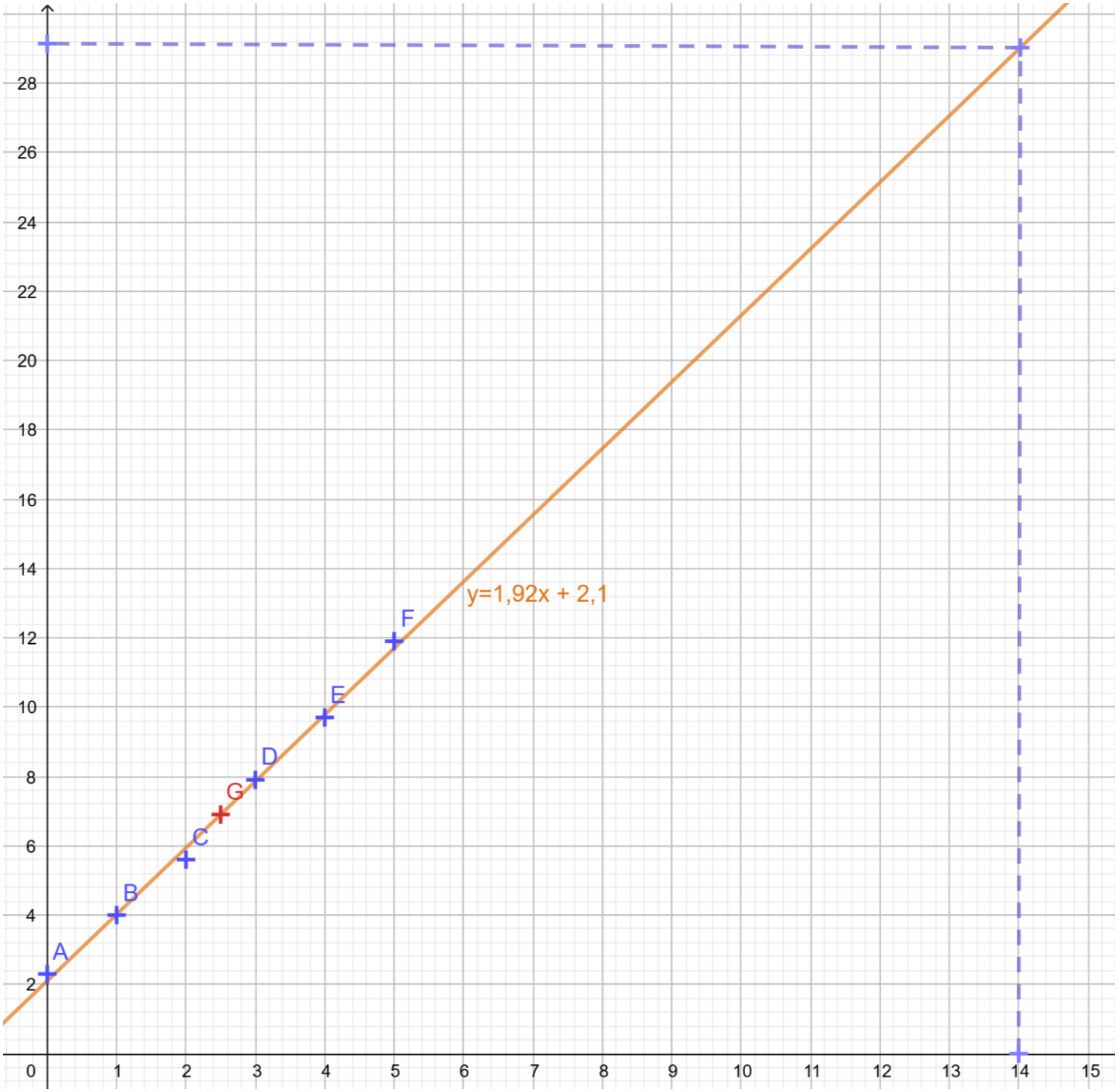
L'année 2020 représente l'année de rang 14. On lit donc l'image de $x = 14$.
On obtient environ 29 TWh.

b. Retrouver ce résultat par le calcul.

L'année 2020 représente l'année de rang 14. On remplace x par 14 dans l'équation $y = 1{,}92x + 2{,}1$.
On a : $y = 1{,}92 \times 14 + 2{,}1 = 28{,}98$.
Donc la production éolienne française en 2020 sera d'environ 28,98 TWh.

c. Selon cette estimation, les objectifs fixés lors du Grenelle de l'environnement seront-ils atteints ?

Les objectifs du Grenelle de l'environnement ne seront pas atteints.


y=1,92x + 2,1
A
B
C
G
D
E
F
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28