Chapitre 4 GEOMETRIE DANS L'ESPACE : Vecteurs, Droites et Plans

I. Quelques règles de base :

Règle 1 : *(admise)* Deux points distincts A et B de l'espace définissent une droite et une seule notée (AB).
Trois points non alignés de l'espace A, B et C définissent un plan et un seul noté (ABC).

Règle 2 : *(admise)* Si un plan contient deux points distincts, alors il contient la droite passant par ces deux points.

Règle 3 : Dans un plan de l'espace, on peut appliquer toutes les propriétés de géométrie plane.

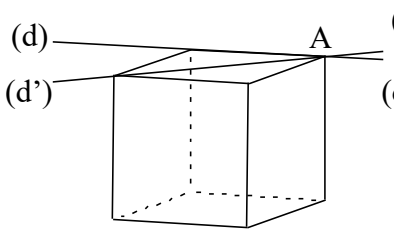
II. Positions relatives de droites et de plans de l'espace :

a) Positions relatives de deux droites de l'espace :

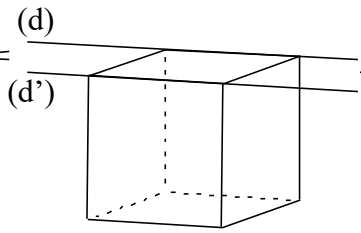
Définition : Deux droites de l'espace sont dites **coplanaires** si elles sont contenues dans un même plan.

Deux droites de l'espace sont :

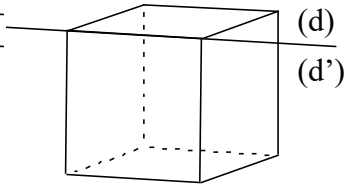
Soit coplanaires :



(d) et (d') ont un seul point d'intersection : A.

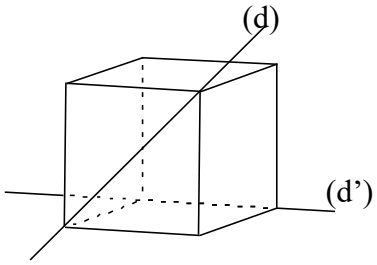


(d) et (d') sont strictement parallèles.



(d) et (d') sont confondues.

Soit non coplanaires :



Aucun plan ne contient (d) et (d').

Définition : Deux droites de l'espace sont dites **parallèles** si elles sont contenues dans un même plan et parallèles dans ce plan.

Attention : Deux droites non coplanaires ne sont ni sécantes ni parallèles!

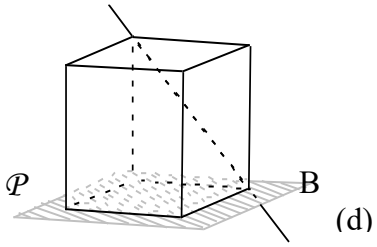
b) Positions relatives d'une droite et d'un plan de l'espace :

Définition : Une droite et un plan de l'espace sont dits **parallèles** s'ils n'ont pas de point commun ou si la droite est incluse dans le plan. Sinon, on dit qu'ils sont **sécants.**

Propriété : Si une droite et un plan de l'espace sont sécants, alors ils n'ont qu'un seul point commun.

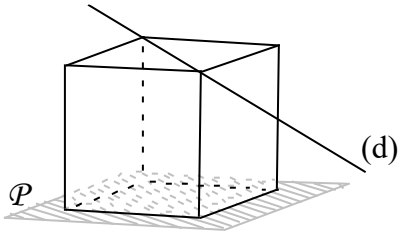
Une droite et un plan de l'espace sont :

Soit sécants :

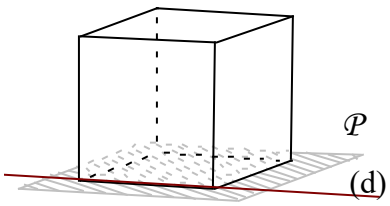


(d) et $\mathcal{P}$ ont un seul point d'intersection : B.

Soit parallèles :



(d) et $\mathcal{P}$ sont strictement parallèles.



(d) est contenue dans $\mathcal{P}$

On note (d) // $\mathcal{P}$

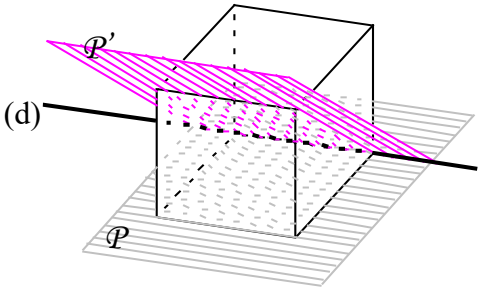
c) Positions relatives de deux plans de l'espace :

Définition : Deux plans sont dits **parallèles** s'ils n'ont pas de point commun ou s'ils sont confondus.
Sinon, on dit qu'ils sont **sécants**.

Propriété : *(admise)* Si deux plans sont sécants, alors leur intersection est réduite à une droite.

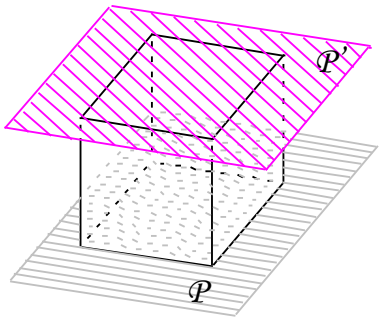
Deux plans de l'espace sont :

Soit sécants :

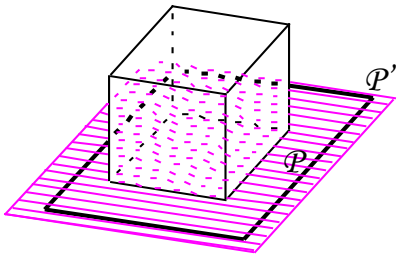


$\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ ont une droite d'intersection (d).

Soit parallèles :

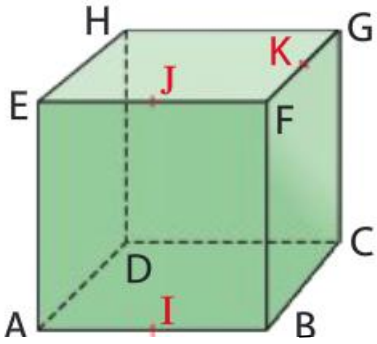


$\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont strictement parallèles



$\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont confondus.

d) Exemple :



ABCDEFGH est un cube.
I,J,K sont les milieux respectifs de [AB], [EF] et [FG].
Etudier la position relative :

1) de la droite (IK) et du plan (BCF).

2) de la droite (AI) et du plan (FGC)

3) des plans (EFG) et (EAD).

4) des plans (IJK) et (BFH).

1) La droite (FG) est parallèle à (BC) et passe par F donc (FG) est incluse dans le plan (BCF).
De plus K ∈ (FG) donc les droites (IK) et (FG) sont sécantes en K.
Le point K est donc dans le plan (BCF) et sur la droite (IK)
donc la droite (IK) et le plan (BCF) sont sécants en K.

2) La droite (AI) et le plan (FGC) sont sécants en B.

3) Les plans (EFG) et (EAD) sont sécants en (EH).

4) Les droites (JK) et (FH) sont coplanaires et sécantes dans le plan (EFH). Posons M leur point d'intersection.
De même si L est le milieu de [BC], (IL) est parallèle à (JK) donc (IL) est dans le plan (IJK).
Les droites (IL) et (DB) sont coplanaires et sécantes dans le plan (ABD). Posons N leur point d'intersection.
Les points M et N sont dans les plans (IJK) et (BFH) donc ces plans sont sécants et la droite (MN) est leur droite d'intersection.