

CHAPITRE 1 STATISTIQUES A DEUX VARIABLES

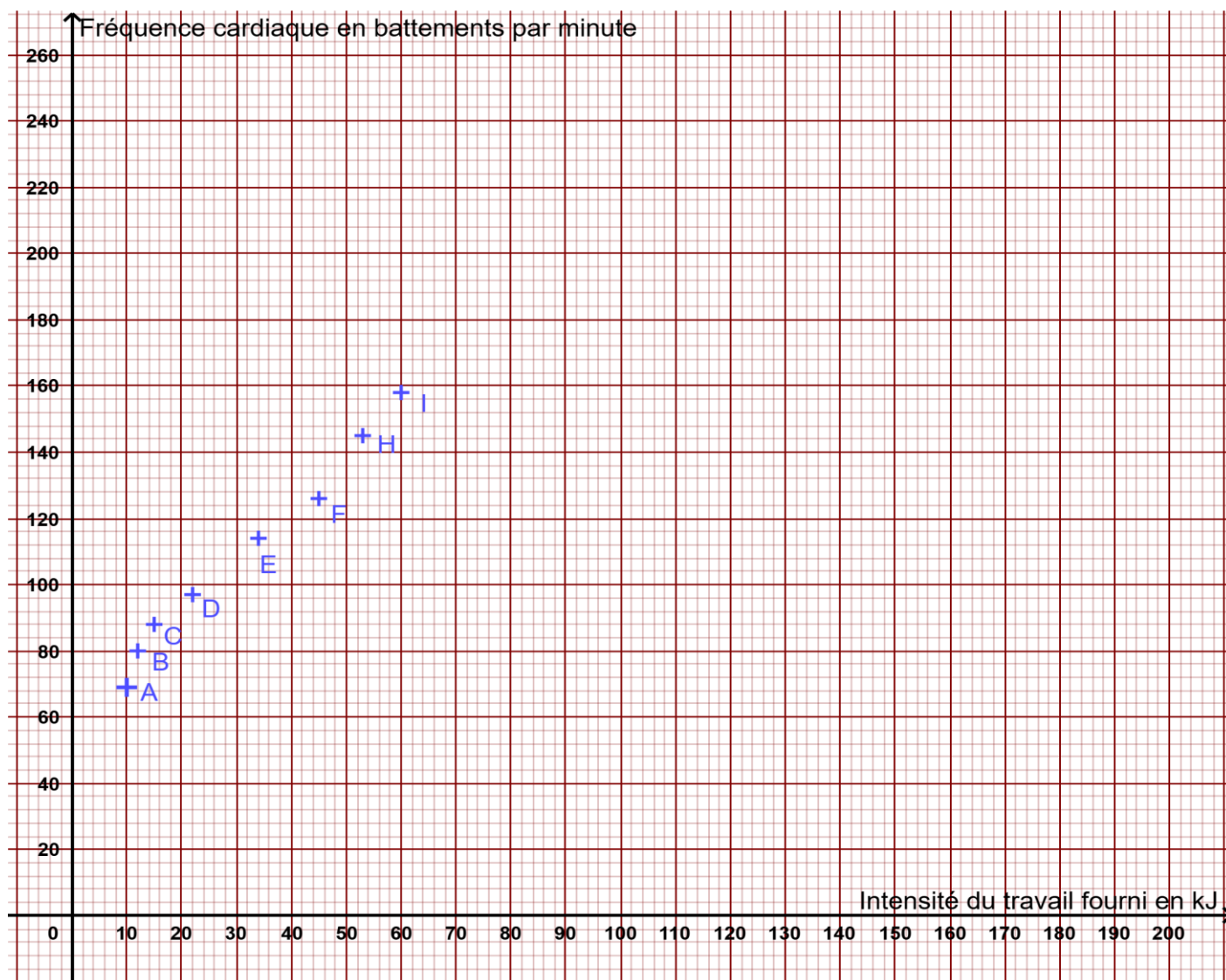
I. Activité d'introduction :

Une personne court sur un tapis roulant dont la vitesse peut être modifiée.

On a relevé sa fréquence cardiaque en battements par minute selon l'intensité du travail fourni, exprimée en kilojoules. Voici les résultats obtenus :

Intensité du travail fourni en kilojoules : x_i	10	12	15	22	34	45	53	60
Fréquence cardiaque en battements.min ⁻¹ : y_i	69	80	88	97	114	126	145	158

- 1) Construire le nuage de points représentant cette série statistique. On prendra comme unités graphiques en abscisses 1 unité pour 10kJ et en ordonnées 1 unité pour 20 battements par minute.



- 2) Déterminer la valeur de l'intensité moyenne et la valeur de la fréquence cardiaque moyenne.

$$\bar{x} = \frac{10 + 12 + 15 + 22 + 34 + 45 + 53 + 60}{9} = \frac{251}{9} = 27,89 \approx 28$$

$$\bar{y} = \frac{69 + 80 + 88 + 97 + 114 + 126 + 145 + 158}{9} = \frac{877}{9} = 97,44 \approx 97$$

G (27,89 ; 97,44)

Ces deux valeurs sont les coordonnées du point moyen G du nuage. Placer ce point.

3) Quelle est la forme du nuage ? Alongé ? parabolique ?

Le nuage est allongé donc on peut envisager un ajustement affine.

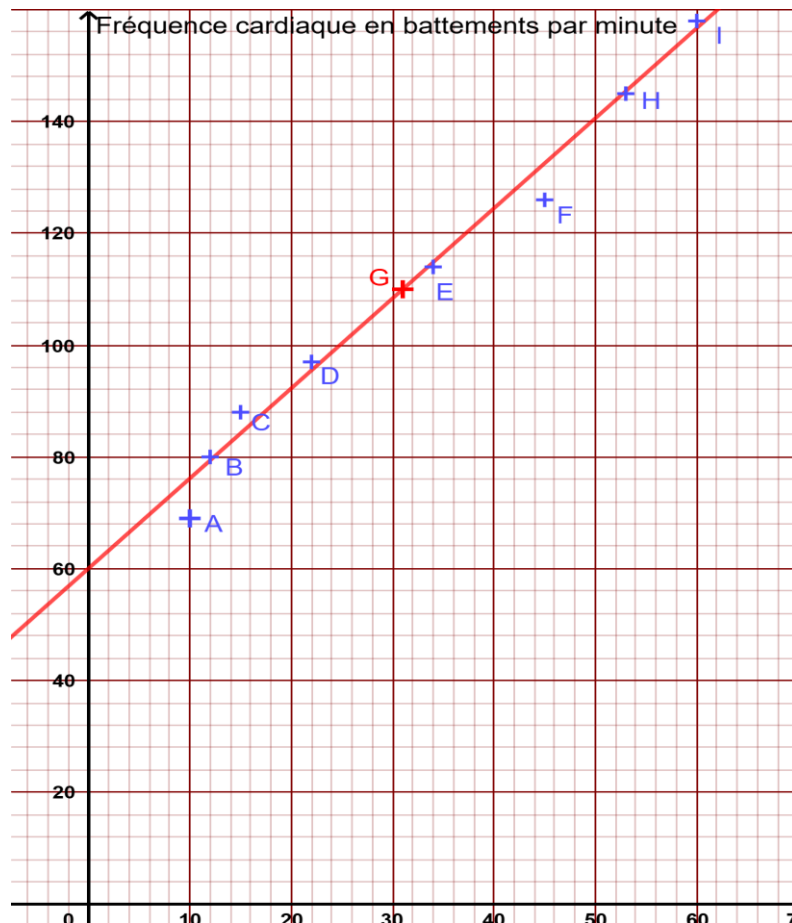
4) On se propose de trouver une droite qui passe au plus près de tous les points du nuage.

Ce type de droite réalise un ajustement affine du nuage.

Il existe plusieurs type d'ajustements affines :

une droite tracée au jugé, la droite de Meyer et la droite des moindres carrés.

Première technique : On trace une droite au jugé, du mieux que l'on peut.
Elle doit passer par le point moyen.
On détermine ensuite son équation.



La droite a pour équation $y = mx + p$.

Elle passe par G (31,375 ; 109,625) et B (12 ; 80) par exemple.

$$m = \frac{y_G - y_B}{x_G - x_B} = \frac{109,625 - 80}{31,375 - 12} = \frac{29,625}{19,375} = \frac{237}{155} \approx 1,53$$

$$y_B = m \times x_G + p \text{ donc } 80 = \frac{237}{155} \times 12 + p$$

$$\text{donc } 80 - \frac{237}{155} \times 12 = p$$

$$\text{donc } p = \frac{9556}{155} \approx 61,65$$

Donc l'équation de la droite au jugé est $y = \frac{237}{155}x + \frac{9556}{155}$

Deuxième technique : La droite de Meyer.

On divise le nuage de points en deux et on calcule les coordonnées des deux points moyens G_1 et G_2 . La droite de Meyer est la droite (G_1G_2) .

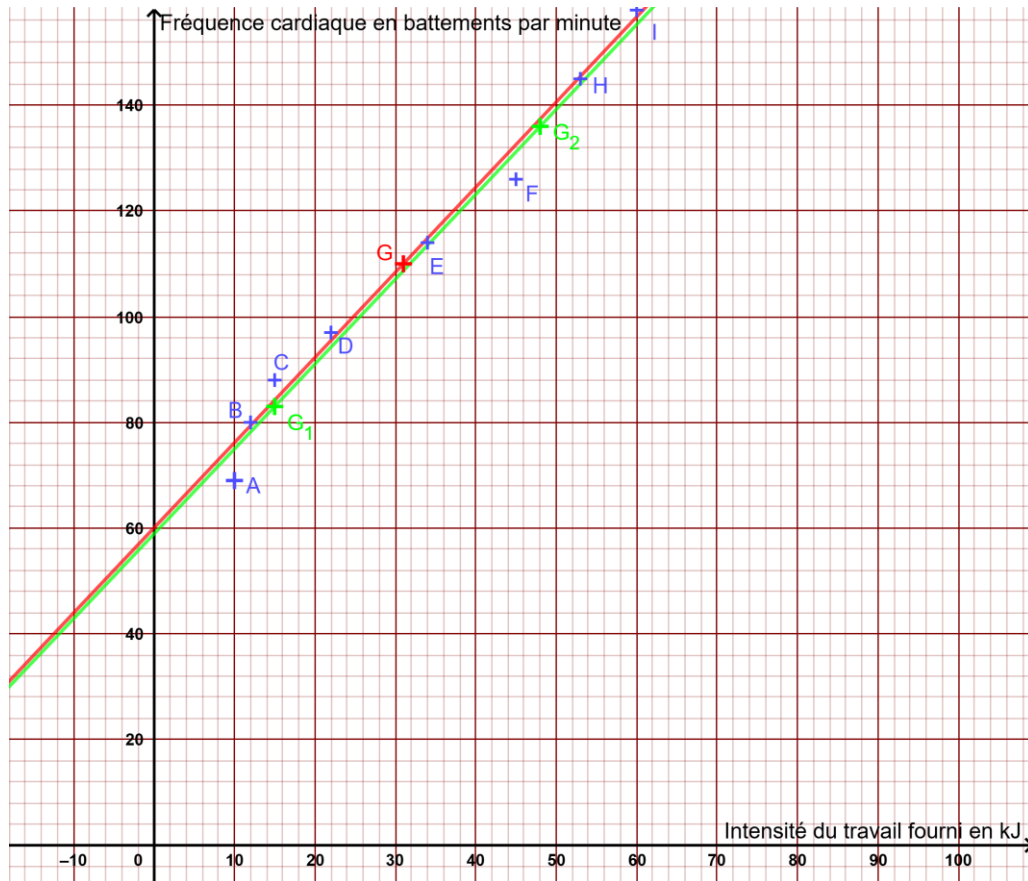
On détermine ensuite son équation.

Soit G_1 le point moyen des 4 premiers points du nuage.

$$\bar{x}_1 = \frac{10 + 12 + 15 + 22}{4} = \frac{59}{4} \approx 15 \quad \text{et} \quad \bar{y}_1 = \frac{69 + 80 + 88 + 97}{4} = \frac{334}{4} = 83 \quad G_1 (15 ; 83)$$

Soit G_2 le point moyen des 4 derniers points du nuage.

$$\bar{x}_2 = \frac{34 + 45 + 53 + 60}{4} = \frac{192}{4} \approx 48 \quad \text{et} \quad \bar{y}_2 = \frac{114 + 126 + 145 + 158}{4} = \frac{543}{4} = 136 \quad G_2 (48 ; 136)$$



La droite (G_1G_2) a pour équation $y = mx + p$

$$\text{avec } m = \frac{y_{G2} - y_{G1}}{x_{G2} - x_{G1}} = \frac{136 - 83}{48 - 15} = \frac{53}{33} \quad \text{donc } y = \frac{53}{33}x + p.$$

Pour calculer p , on utilise le point G_1 par exemple. $83 = \frac{53}{33} \times 15 + p$ donc $83 - \frac{265}{11} = p$

$$\text{donc } p = \frac{913}{11} - \frac{265}{11} = \frac{648}{11} \quad \text{donc } p = \frac{648}{11}.$$

L'équation de la droite de Meyer est donc $y = \frac{263}{11}x + 8$.

Troisième technique : La droite des moindres carrés.

Cette droite minimise la somme des carrés des distances entre chaque point du nuage et le point de la droite ayant la même abscisse.

Son équation est donnée par la calculatrice. Tracer ensuite cette droite.

On constate qu'elle passe par le point moyen G.

Texas Instrument (TI-83)

STAT 1 : Edit... permet d'entrer les valeurs de x dans L1, puis celles de y dans L2

STAT CALC 4 : LINREG(aX+b) puis

(2nd **L1** , 2nd **L2**) **ENTER**

Ceci nous donne les nombres a et b qui sont m et p .

Casio Graph 35

Dans le menu STAT, entrer les valeurs de x dans List 1, puis celles de y dans List 2.

CALC

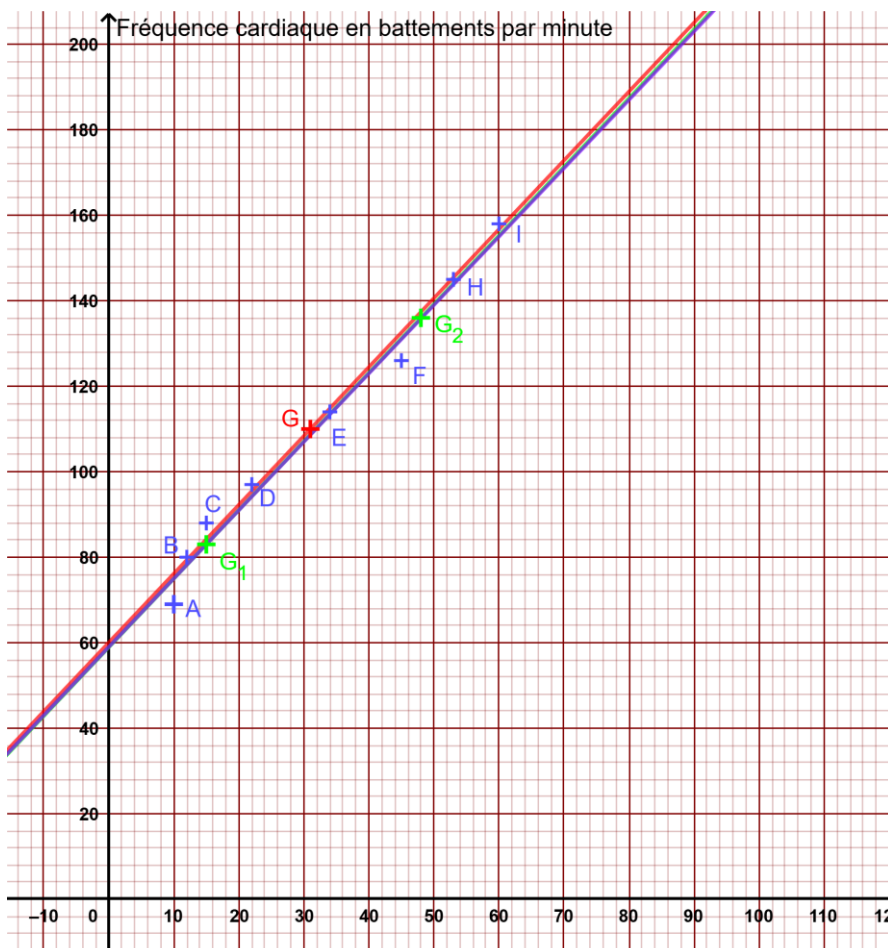
SET, entrer dans 2VarXList : List 1
2VarYList : List 2

EXE puis Calc Reg 1-Linear

Ceci nous donne les nombres a et b qui sont m et p .

La calculatrice nous donne : $m \approx 1,6$ et $p \approx 59$

donc la droite des moindres carrés a pour équation $y = 1,6x + 59$



Pour tracer la droite, on utilise $p = 59$

donc la droite coupe l'axe des ordonnées en $y = 59$.

$$m = 1,6 = \frac{16}{10} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

donc à partir du point placé sur l'axe des ordonnées on monte de 16 et on se décale de 10 vers la droite.

G appartient à la droite d'équation $y = 1,6x + 59$?

$$1,6x + 59 = 1,6 \times 31 + 59 = 49,6 + 59 = 108,6 \approx 109 \text{ et } y_G = 110.$$

Avec les erreurs dues aux arrondis, on peut estimer que la droite des moindres carrés passe par G.

$$(1,611 \times \frac{251}{8} + 59,07 = 109,6 \text{ et } \frac{877}{8} \approx 109,6)$$

On s'aperçoit au final que ces trois droites ont des équations très similaires.