

Quizz automatismes 1

20 secondes

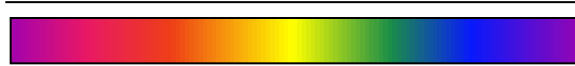


Question 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$e^{2x-4} = e^{-5x+2}$$

20 secondes



Question 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$(-4x - 2) \left(e^{-x-2} - \frac{1}{e} \right) = 0$$

10 secondes



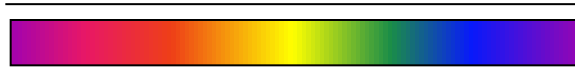
Question 3

Calculer les fonctions dérivées :

$$f(x) = e^{4x+4}$$

$$g(x) = (-3x - 10)^2$$

20 secondes



Question 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x^2 + x + 2)e^x.$$

Étudier la convexité de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Question 1 CORRECTION

On utilise la propriété :

Pour tous réels a et b , $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$

On en déduit que :

$$e^{2x-4} = e^{-5x+2}$$

$$2x - 4 = -5x + 2$$

$$7x = 6$$

$$x = \frac{6}{7}$$

$$\text{Donc } S = \left\{ \frac{6}{7} \right\}$$

20 secondes



Question 2 CORRECTION

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\begin{array}{lll} -4x - 2 = 0 & \text{ou} & e^{-x-2} = \frac{1}{e} \\ -4x = 2 & \text{ou} & e^{-x-2} = e^{-1} \\ x = -\frac{1}{2} & \text{ou} & -x - 2 = -1 \\ & & x = -1 \end{array}$$

$$\text{Donc } S = \left\{ -\frac{1}{2} ; -1 \right\}$$

Question 3 CORRECTION

$$f(x) = e^{4x+4}$$

$$f'(x) = 4e^{4x+4}$$

$$g(x) = (-3x - 10)^2$$

$$g'(x) = -3 \times 2(-3x - 10).$$

D'où, en simplifiant :

$$g'(x) = -6(-3x - 10).$$

On développe pour obtenir :

$$g'(x) = 18x + 60$$

Question 4 CORRECTION

On reconnaît un produit $f = uv$ avec $u(x) = x^2 + x + 2$ et $v(x) = e^x$. On a alors $u'(x) = 2x + 1$ et $v'(x) = e^x$.

On utilise la formule $(uv)' = u'v + uv'$:

$$f'(x) = (2x + 1)e^x + (x^2 + x + 2)e^x = (x^2 + 3x + 3)e^x$$

Pour calculer f'' , on reconnaît à nouveau un produit $f' = uv$

avec $u(x) = x^2 + 3x + 3$ et $v(x) = e^x$. On a $u'(x) = 2x + 3$ et $v'(x) = e^x$.

On applique à nouveau la formule $(uv)' = u'v + uv'$:

$$f''(x) = (2x + 3)e^x + (x^2 + 3x + 3)e^x = (x^2 + 5x + 6)e^x$$

Pour tout réel x , $e^x > 0$. Ainsi, $f''(x)$ est du signe du polynôme $x^2 + 5x + 6$.

On calcule le discriminant du polynôme du second degré $x^2 + 5x + 6$: $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 6 = 1$

Comme $\Delta > 0$, ce polynôme admet deux racines : $x_1 = \frac{-5-\sqrt{1}}{2 \times 1} = -3$ et $x_2 = \frac{-5+\sqrt{1}}{2 \times 1} = -2$

Ce polynôme est du signe de son coefficient dominant 1 à l'extérieur de ses racines.

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	0	+
Convexité de f	Convexe	Concave	Convexe	