SITUATION Xavier se rend au lycée à pied. Sur son chemin, il doit traverser la route au niveau d'un feu piéton à 4 reprises. Les feux ne sont pas synchronisés, ils sont rouges pendant 1 minute puis verts pendant 30 secondes. Xavier n'aimant pas se lever tôt, il part au dernier moment mais s'il rencontre au moins 3 feux rouges, il arrivera en retard.

⇨ Xavier arrivera-t-il plus d'une fois sur deux en retard ?

B Calculs théoriques

On note X la variable aléatoire égale au nombre de feux rouges rencontrés par le lycéen.

1 Quelles sont les valeurs prises par X ?

2 Représenter la situation par un arbre pondéré. Préciser au bout de chaque chemin les valeurs de X.

3 Déterminer la loi de probabilité de X.

4 Interpréter la valeur de $P(X = 2)$ dans le contexte de l'exercice.

5 Calculer l'espérance de X

6 Calculer $P(X \geq 3)$ et comparer avec le résultat obtenu à la question A.3.f.

Cet exercice est un QCM. Pour chaque question, choisir l'unique bonne réponse.

a. Je prélève une carte dans un jeu de 32 cartes. La probabilité d'obtenir un as est égale à :

A. 4 **B.** $\frac{1}{8}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 0,12

b. Je prélève une carte dans un jeu de 32 cartes, je la regarde, puis je prélève une deuxième carte. Ces deux épreuves sont :

A. identiques **B.** indépendantes

C. impossibles **D.** non indépendantes

c. Je lance une pièce truquée sachant que la probabilité d'obtenir Pile est 0,521. La probabilité d'obtenir Face est égale à :

A. 0,521 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 0,479 **D.** $\frac{1}{0{,}512}$

d. Je lance une pièce classique puis je lance un dé classique. La probabilité d'obtenir Pile puis 6 est égale à :

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{12}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Roxane doit choisir son repas du midi au restaurant universitaire. Elle a choisi le plat de poisson (3,50 €) dans 50 % des cas, le plat de viande (3 €) dans 30 % des cas ou la pizza (2,50 €) le reste du temps. Pour le dessert, elle choisit un laitage (1 €) dans 65 % des cas, un fruit (0,50 €) dans 25 % des cas et une viennoiserie (2 €) le reste du temps. On note X la variable aléatoire égale au prix payé par Roxane pour son repas du midi.

a. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.

b. Déterminer les valeurs prises par X.

c. Donner la loi de probabilité de X en recopiant et complétant le tableau ci-dessous (il faut ajouter des cases !).

Valeurs de X	3	3,50	…
Probabilités associées	0,05	…	…

Gabriel est invité à un mariage. Lors de l'apéritif, un quart des bouchées sont à l'olive (180 kcal), 10 % sont au thon (220 kcal) et le reste est à l'oignon (260 kcal). Gabriel choisit au hasard deux bouchées. On estime que le nombre de bouchées est assez grand pour assimiler ce choix à un tirage avec remise

1. Quelle est la probabilité que la première bouchée de Gabriel soit à l'oignon ?
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. On note X la variable aléatoire égale au nombre de kcal consommées par Gabriel.

   a. Donner la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau. On gardera les résultats exacts.

   b. Calculer $P(X \leq 400)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

   c. Calculer $E(X)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Pour son anniversaire, Lilou n'arrive pas à se décider pour les couleurs de sa décoration. Dans le magasin, elle choisit au hasard une nappe en papier : 30 % sont blanches, 25 % grises, 25 % vertes et le reste est rose. Ensuite, elle choisit au hasard des serviettes : 75 % sont blanches, les autres sont grises.

Voici les tarifs proposés par le magasin :

	Blanc	Gris	Vert	Rose
Nappes	1 €	1,50 €	2 €	2,50 €
Serviettes	1,50 €	1 €		

On note X la variable aléatoire égale au prix payé par Lilou.

Dans cet exercice, on gardera les résultats exacts sous forme décimale.

a. Construire un arbre pondéré représentant la situation.

b. À l'aide de l'arbre, déterminer les valeurs prises par X.

c. Calculer $P(X = 3)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

d. Calculer $E(X)$.

Sur des cartons, les valeurs suivantes sont notées : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10. On choisit un carton au hasard, on le remet puis on en choisit un deuxième. On ajoute alors les deux résultats obtenus.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous afin de déterminer l'ensemble des résultats possibles.

	2	4	6	8	10
2	4				
4	6				
6					
8					
10					

2. On note X la variable aléatoire égale à la somme des nombres obtenus.

   Les probabilités seront données sous forme fractionnaires.

   a. Décrire l'événement $\{X = 10\}$.

   b. Calculer $P(X = 10)$.

   c. Donner, sous forme d'un tableau, la loi de probabilité de X.

   d. Calculer l'espérance de X. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Pour Halloween, Inès et Hugo ont décidé de tirer au sort les déguisements qu'ils porteront. Ils ont noté sur des papiers deux déguisements chacun : Inès a noté squelette et vampire, et Hugo a noté sorcier et squelette. Inès tire un papier au sort, le remet dans l'urne, puis c'est au tour de Hugo.

On donnera les résultats sous forme fractionnaire.

a. Représenter la situation par un arbre pondéré.

b. Quelle est la probabilité que Inès et Hugo soient tous les deux déguisés en squelette ?

c. Quelle est la probabilité que le couple ait des déguisements assortis ?

d. Quelle est la probabilité qu'ils ait tous les deux un déguisement commençant par S ?

e. Quelle est la probabilité qu'un des deux ait un déguisement commençant par S ?

<u>**CORRECTION**</u>

SITUATION Xavier se rend au lycée à pied. Sur son chemin, il doit traverser la route au niveau d'un feu piéton à 4 reprises. Les feux ne sont pas synchronisés, ils sont rouges pendant 1 minute puis verts pendant 30 secondes. Xavier n'aimant pas se lever tôt, il part au dernier moment mais s'il rencontre au moins 3 feux rouges, il arrivera en retard.

⇨ **Xavier arrivera-t-il plus d'une fois sur deux en retard ?**

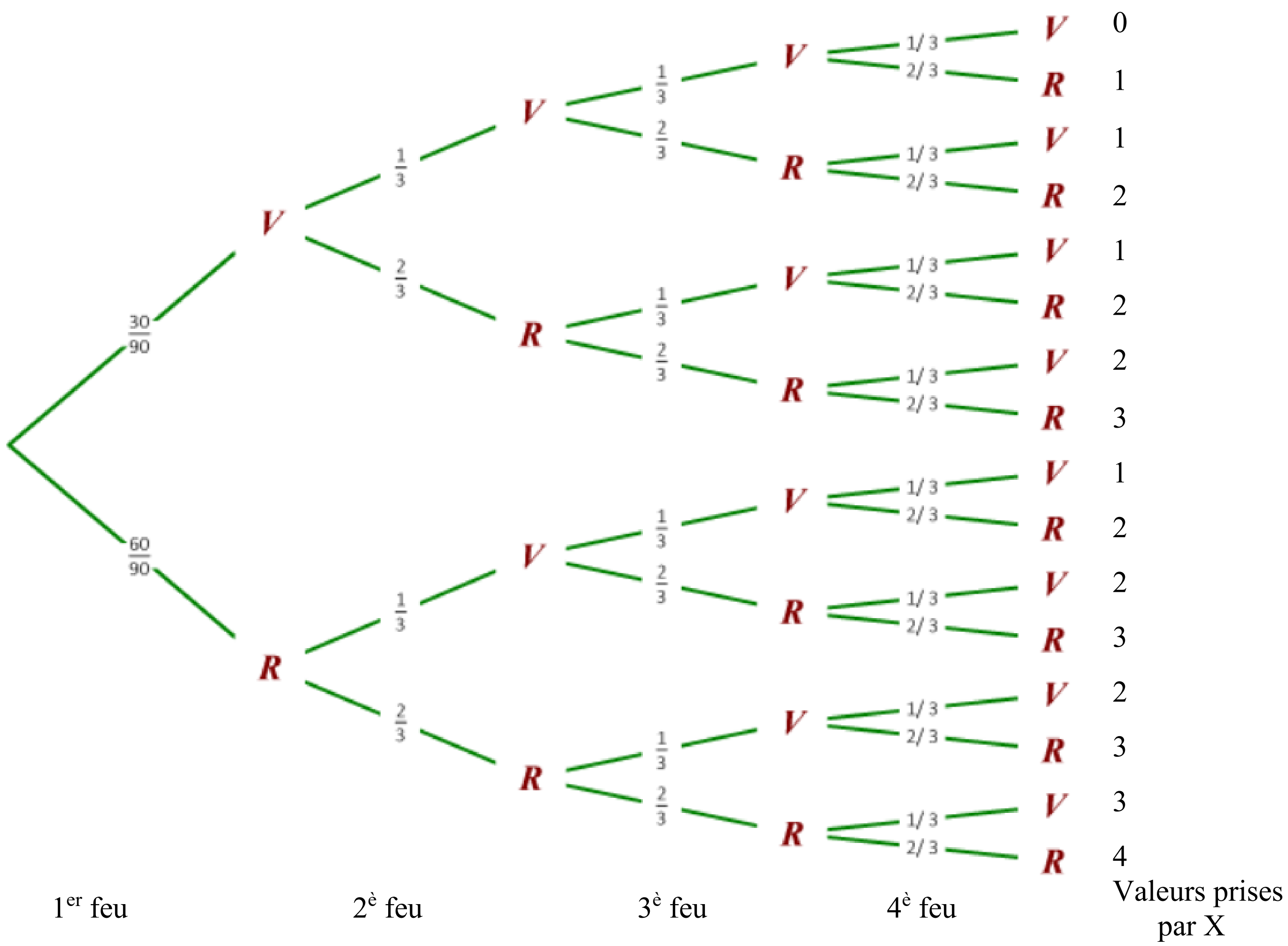
B Calculs théoriques

On note X la variable aléatoire égale au nombre de feux rouges rencontrés par le lycéen.

1. Quelles sont les valeurs prises par X ?
2. Représenter la situation par un arbre pondéré. Préciser au bout de chaque chemin les valeurs de X.
3. Déterminer la loi de probabilité de X.
4. Interpréter la valeur de $P(X = 2)$ dans le contexte de l'exercice.
5. Calculer l'espérance de X
6. Calculer $P(X \geq 3)$ et comparer avec le résultat obtenu à la question A.3.f.

1) Il y a 4 feux rouges donc Xavier peut en rencontrer 0, 1 , 2 , 3 ou 4 sur son chemin.
X est la variable aléatoire égale au nombre de feux rencontrés par Xavier donc X peut prendre les valeurs 0, 1 , 2 , 3 ou 4.

2)



3)

Valeurs de X	0	1	2	3	4	TOTAL
$P(X=x_i)$	$P(X=0)$ $=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$ $=\frac{1}{81}$	$P(X=1)$ $=4\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}$ $=\frac{8}{81}$	$P(X=2)$ $=6\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$ $=\frac{24}{81}$	$P(X=3)$ $=4\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$ $=\frac{32}{81}$	$P(X=4)$ $=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$ $=\frac{16}{81}$	1

4) $P(X=2)$ est la probabilité que Xavier rencontre 2 feux rouges sur son parcours pour aller au lycée.
Donc Xavier a une probabilité de $\frac{24}{81}=\frac{8}{27}$ de rencontrer deux feux rouges.

5) $E(X)=0\times\frac{1}{81}+1\times\frac{8}{81}+2\times\frac{24}{81}+3\times\frac{32}{81}+4\times\frac{16}{81}=\frac{216}{81}=\frac{8}{3}\approx 2{,}7$.
En moyenne Xavier va rencontrer environ 2,7 feux rouges sur son parcours.

6) $P(X\geq 3)=P(X=3)+P(X=4)=\frac{32}{81}+\frac{16}{81}=\frac{48}{81}=\frac{16}{27}$

Cet exercice est un QCM. Pour chaque question, choisir l'unique bonne réponse.

a. Je prélève une carte dans un jeu de 32 cartes. La probabilité d'obtenir un as est égale à :

A. 4 **B.** $\frac{1}{8}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 0,12

Dans un jeu de 32 cartes il y a 4 as.
Donc la probabilité de tirer un as est $\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$ **B**

b. Je prélève une carte dans un jeu de 32 cartes, je la regarde, puis je prélève une deuxième carte. Ces deux épreuves sont :

A. identiques **B.** indépendantes
C. impossibles **D.** non indépendantes

Les épreuves ne sont pas identiques car la première carte n'est pas remise dans le jeu avant le 2è tirage. Elles ne sont pas non plus indépendantes car le choix de la 2è carte dépend de la 1ère carte choisie. En effet, si on tire un as de cœur en premier, on ne peut pas tirer un as de cœur en 2è.
Epreuves impossibles ne veut rien dire donc réponse **D.**

c. Je lance une pièce truquée sachant que la probabilité d'obtenir Pile est 0,521. La probabilité d'obtenir Face est égale à :

A. 0,521 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 0,479 **D.** $\frac{1}{0{,}512}$

Face est l'événement contraire de Pile donc
$1-0{,}521=0{,}479$ **Réponse C**

d. Je lance une pièce classique puis je lance un dé classique. La probabilité d'obtenir Pile puis 6 est égale à :

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{12}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Probabilité d'obtenir pile : $\frac{1}{2}$

Probabilité d'obtenir 6 : $\frac{1}{6}$

Probabilité d'obtenir Pile puis 6 est : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$ **B**

Roxane doit choisir son repas du midi au restaurant universitaire. Elle a choisi le plat de poisson (3,50 €) dans 50 % des cas, le plat de viande (3 €) dans 30 % des cas ou la pizza (2,50 €) le reste du temps. Pour le dessert, elle choisit un laitage (1 €) dans 65 % des cas, un fruit (0,50 €) dans 25 % des cas et une viennoiserie (2 €) le reste du temps. On note *X* la variable aléatoire égale au prix payé par Roxane pour son repas du midi.

a. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.

b. Déterminer les valeurs prises par *X*.

c. Donner la loi de probabilité de *X* en recopiant et complétant le tableau ci-dessous (il faut ajouter des cases !).

Valeurs de *X*	3	3,50	...
Probabilités associées	0,05	...	...

Posons :

P : " Roxane choisi le plat de poisson "

$P(P) = \dfrac{50}{100} = 0,5$

V : " Roxane choisi le plat de viande "

$P(V) = \dfrac{30}{100} = 0,3$

Z : " Roxane choisi une pizza "

$P(Z) = 1 - (0,5 + 0,3) = 1 - 0,8 = 0,2$

L : " Roxane choisi un laitage "

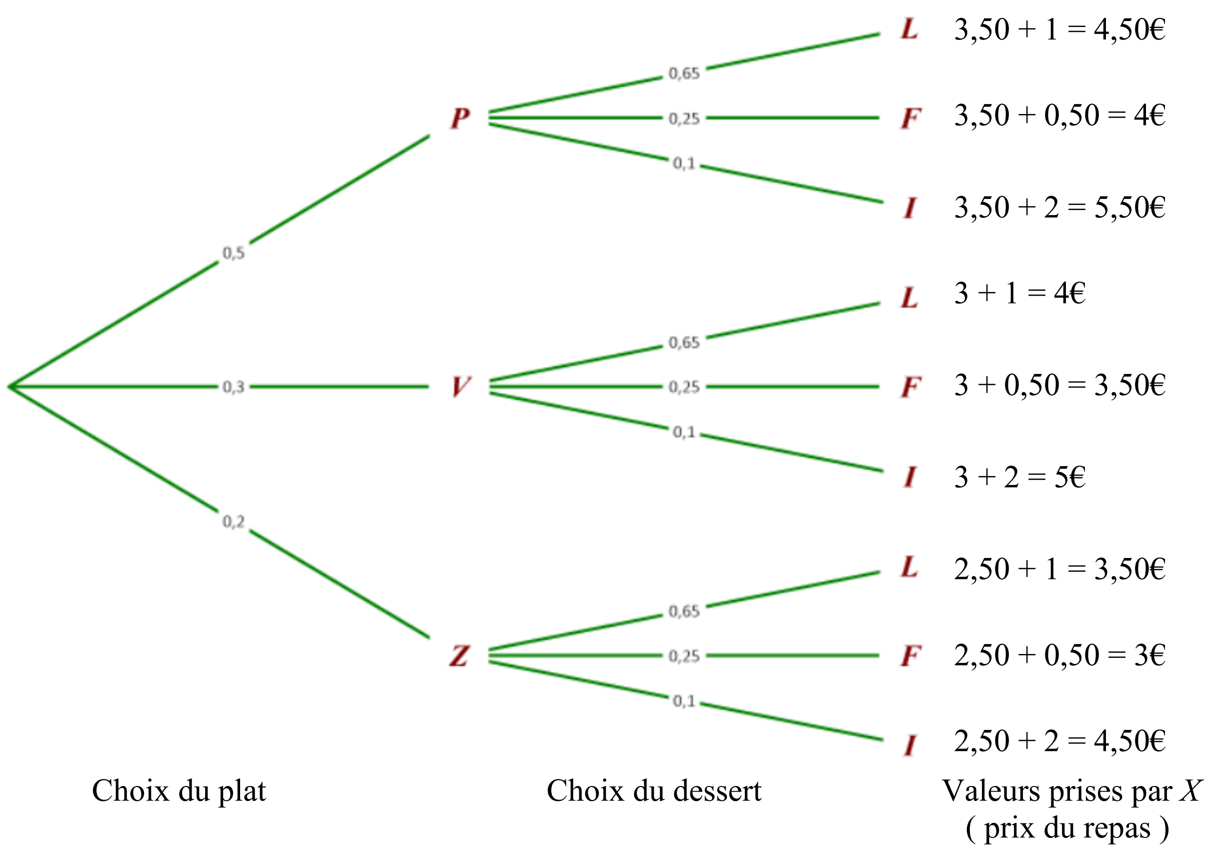
$P(L) = \dfrac{65}{100} = 0,65$

F : " Roxane choisi un fruit "

$P(F) = \dfrac{25}{100} = 0,25$

I : " Roxane choisi une viennoiserie "

$P(I) = 1 - (0,65 + 0,25) = 1 - 0,9 = 0,1$



b) *X* représente le prix du repas. Elle peut prendre les valeurs 3 ; 3,50 ; 4 ; 4,50 ; 5 et 5,50 .

c)

Valeurs de X	3	3,50	4	4,50	5	5,5	TOTAL
$P(X = x_i)$	$P(X = 3)$ $= 0,2 \times 0,25$ $= 0,05$	$P(X = 3,50)$ $= 0,3 \times 0,25 + 0,2 \times 0,65$ $= 0,075 + 0,13$ $= 0,205$	$P(X = 4)$ $= 0,5 \times 0,25 + 0,3 \times 0,65$ $= 0,32$	$P(X = 4,5)$ $= 0,5 \times 0,65 + 0,2 \times 0,1$ $= 0,345$	$P(X = 5)$ $= 0,3 \times 0.,1$ $= 0,03$	$P(X = 5)$ $= 0,5 \times 0.,1$ $= 0,05$	1

Gabriel est invité à un mariage. Lors de l'apéritif, un quart des bouchées sont à l'olive (180 kcal), 10 % sont au thon (220 kcal) et le reste est à l'oignon (260 kcal). Gabriel choisit au hasard deux bouchées. On estime que le nombre de bouchées est assez grand pour assimiler ce choix à un tirage avec remise

1. Quelle est la probabilité que la première bouchée de Gabriel soit à l'oignon ?
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. On note X la variable aléatoire égale au nombre de kcal consommées par Gabriel.
   a. Donner la loi de probabilité de X sous forme d'un tableau. On gardera les résultats exacts.
   b. Calculer $P(X \leq 400)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
   c. Calculer $E(X)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Posons :

O : " La bouchée est à l'olive "

$P(0) = \frac{1}{4} = 0,25$

T : " La bouchée est au thon"

$P(T) = \frac{10}{100} = 0,1$

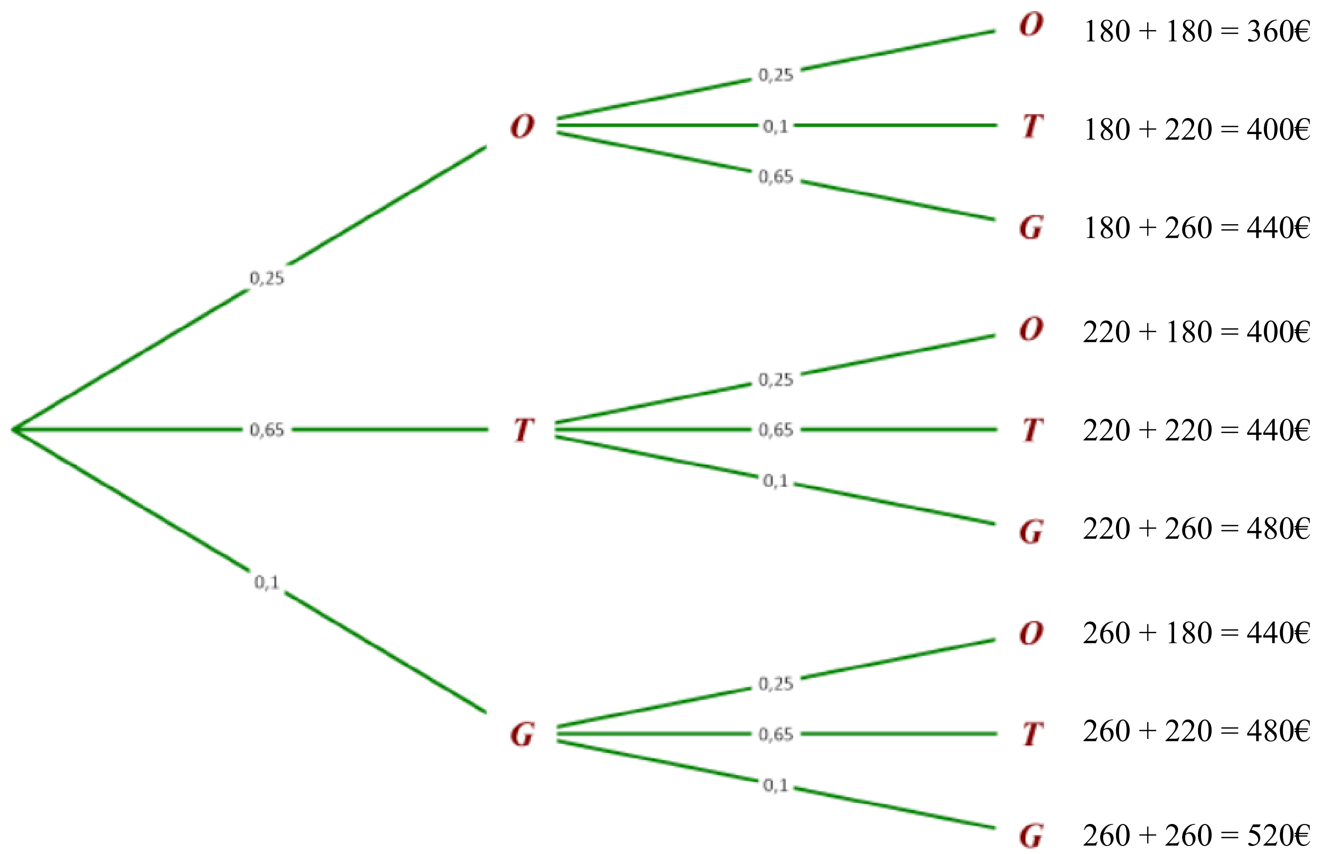
G : " La bouchée est à l'oignon"

$P(G) = 1 - (0,25 + 0,1) = 1 - 0,35 = 0,65$

1) $P(G) = 0,65$

donc la probabilité que la première bouchée choisie soit à l'oignon est 0,65.

2)



1ère bouchée　　　2è bouchée　　　Valeurs de X Nombre de calories

3)a)

Valeurs de X	360	400	440	480	520	TOTAL
$P(X = x_i)$	$P(X = 360)$ $= 0,25 \times 0,25$ $= 0,0625$	$P(X = 400)$ $= 0,25 \times 0,1 + 0,65 \times 0,25$ $= 0,1875$	$P(X = 440)$ $= 0,25 \times 0,65 + 0,65 \times 0,65 + 0,1 \times 0,25$ $= 0,61$	$P(X = 480)$ $= 0,65 \times 0,1 + 0,1 \times 0,65$ $= 0,13$	$P(X = 520)$ $= 0,1 \times 0,1$ $= 0,01$	1

b) $P(X \leq 400) = P(X = 360) + P(X = 400) = 0,0625 + 0,1875 = 0,25$

La probabilité que Gabriel consomme moins de 400 calories est de 0,25.

c) $E(X) = 360 \times 0,0625 + 400 \times 0,1875 + 440 \times 0,61 + 480 \times 0,13 + 520 \times 0,01 = 433,50$

En moyenne, Gabriel consommera 433,5 calories avec deux bouchées.

Sur des cartons, les valeurs suivantes sont notées : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10. On choisit un carton au hasard, on le remet puis on en choisit un deuxième. On ajoute alors les deux résultats obtenus.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous afin de déterminer l'ensemble des résultats possibles.

	2	4	6	8	10
2	4				
4	6				
6					
8					
10					

2. On note X la variable aléatoire égale à la somme des nombres obtenus.

Les probabilités seront données sous forme fractionnaires.

a. Décrire l'événement $\{X = 10\}$.

b. Calculer $P(X = 10)$.

c. Donner, sous forme d'un tableau, la loi de probabilité de X.

d. Calculer l'espérance de X. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

1)

	2	4	6	8	10
2	4	6	8	10	12
4	6	8	10	12	14
6	8	10	12	14	16
8	10	12	14	16	18
10	12	14	16	18	20

Le tableau comporte 25 cases.

2) X prend les valeurs 4;6;8;10;12;14;16;18;20.

a) $\{X = 10\}$ est l'événement " la somme des nombres obtenus est 10 "

b) $P(X=10) = \frac{4}{25}$ (4 cases sur les 25 comportent un 10)

c)

Valeurs de X	4	6	8	10	12	14	16	18	20	TOTAL
$P(X = x_i)$	$P(X=4) = \frac{1}{25}$	$P(X=6) = \frac{2}{25}$	$P(X=8) = \frac{3}{25}$	$P(X=10) = \frac{4}{25}$	$P(X=12) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$	$P(X=14) = \frac{4}{25}$	$P(X=16) = \frac{3}{25}$	$P(X=18) = \frac{2}{25}$	$P(X=20) = \frac{1}{25}$	1

d) $E(X) = 4 \times \frac{1}{25} + 6 \times \frac{3}{25} + 8 \times \frac{3}{25} + 10 \times \frac{4}{25} + 12 \times \frac{1}{5} + 14 \times \frac{4}{25} + 16 \times \frac{3}{25} + 18 \times \frac{2}{25} + 20 \times \frac{1}{25} = \frac{300}{25} = 12$

En moyenne, la somme des nombres obtenus sera 12.

Pour son anniversaire, Lilou n'arrive pas à se décider pour les couleurs de sa décoration. Dans le magasin, elle choisit au hasard une nappe en papier : 30 % sont blanches, 25 % grises, 25 % vertes et le reste est rose. Ensuite, elle choisit au hasard des serviettes : 75 % sont blanches, les autres sont grises.

Voici les tarifs proposés par le magasin :

	Blanc	Gris	Vert	Rose
Nappes	1 €	1,50 €	2 €	2,50 €
Serviettes	1,50 €	1 €		

On note X la variable aléatoire égale au prix payé par Lilou.

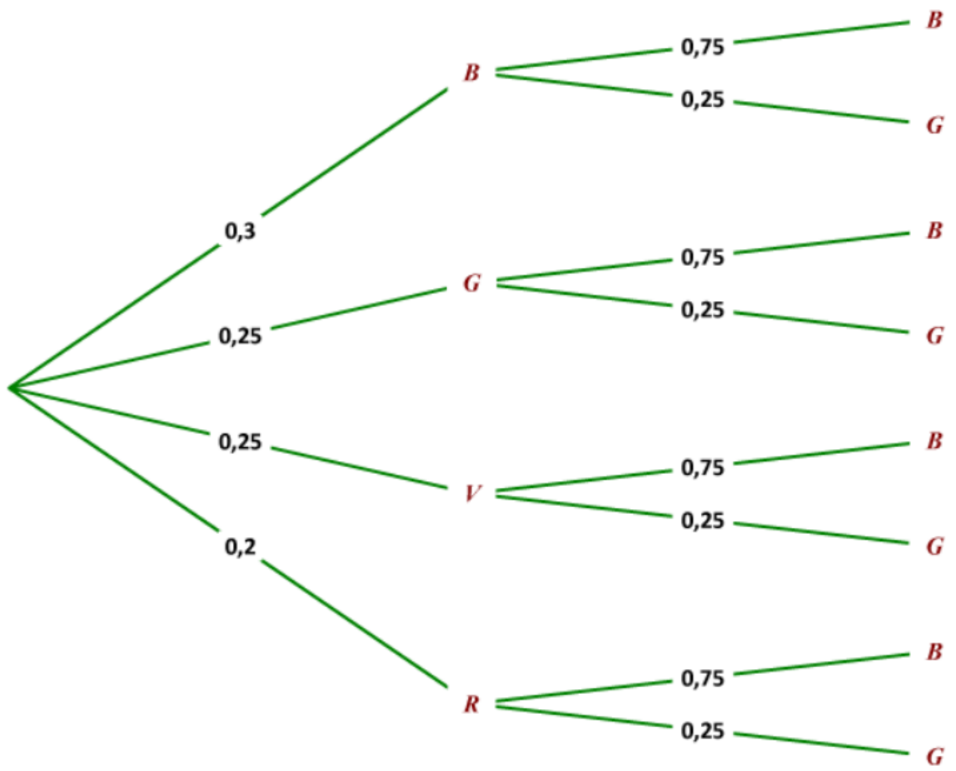
Dans cet exercice, on gardera les résultats exacts sous forme décimale.

a. Construire un arbre pondéré représentant la situation.

b. À l'aide de l'arbre, déterminer les valeurs prises par X.

c. Calculer $P(X = 3)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

d. Calculer $E(X)$.



1 + 1,50 = 2,50€

1 + 1 = 2€

1,50 + 1,50 = 3€

1,50 + 1 = 2,50€

2 + 1,50 = 3,50€

2 + 1 = 3€

3 + 1,50 = 4,50€

3 + 1 = 4€

b) X prend les valeurs 2 ; 2,50 ; 3 ; 3,50; 4 et 4,50.

c) $P(X = 3) = 0{,}25 \times 0{,}75 + 0{,}25 \times 0{,}25 = 0{,}25$

La probabilité que Lilou paie 3€ est de 0,25.

d)

Valeurs de X	2	2,50	3	3,50	4	4,50	TOTAL
$P(X = x_i)$	$P(X=2)$ $= 0{,}3 \times 0{,}25$ $= 0{,}075$	$P(X=2{,}50)$ $= 0{,}3 \times 0{,}75 + 0{,}25 \times 0{,}25$ $= 0{,}2875$	$P(X=3)$ $= 0{,}25 \times 0{,}75 + 0{,}25 \times 0{,}25$ $= 0{,}25$	$P(X=3{,}5)$ $= 0{,}25 \times 0{,}75$ $= 0{,}1875$	$P(X=4)$ $= 0{,}2 \times 0.{,}25$ $= 0{,}05$	$P(X=4{,}50)$ $= 0{,}2 \times 0.{,}75$ $= 0{,}15$	1

$E(X) = \; 2 \times 0{,}075 + 2{,}5 \times 0{,}2875 + 3 \times 0{,}25 + 3{,}5 \times 0{,}1875 + 4 \times 0{,}05 + 4{,}5 \times 0{,}15 = 3{,}15$

En moyenne, Lilou paiera 3,15€.

Pour Halloween, Inès et Hugo ont décidé de tirer au sort les déguisements qu'ils porteront. Ils ont noté sur des papiers deux déguisements chacun : Inès a noté squelette et vampire, et Hugo a noté sorcier et squelette. Inès tire un papier au sort, le remet dans l'urne, puis c'est au tour de Hugo.

On donnera les résultats sous forme fractionnaire.

a. Représenter la situation par un arbre pondéré.

b. Quelle est la probabilité que Inès et Hugo soient tous les deux déguisés en squelette ?

c. Quelle est la probabilité que le couple ait des déguisements assortis ?

d. Quelle est la probabilité qu'ils ait tous les deux un déguisement commençant par S ?

e. Quelle est la probabilité qu'un des deux ait un déguisement commençant par S ?

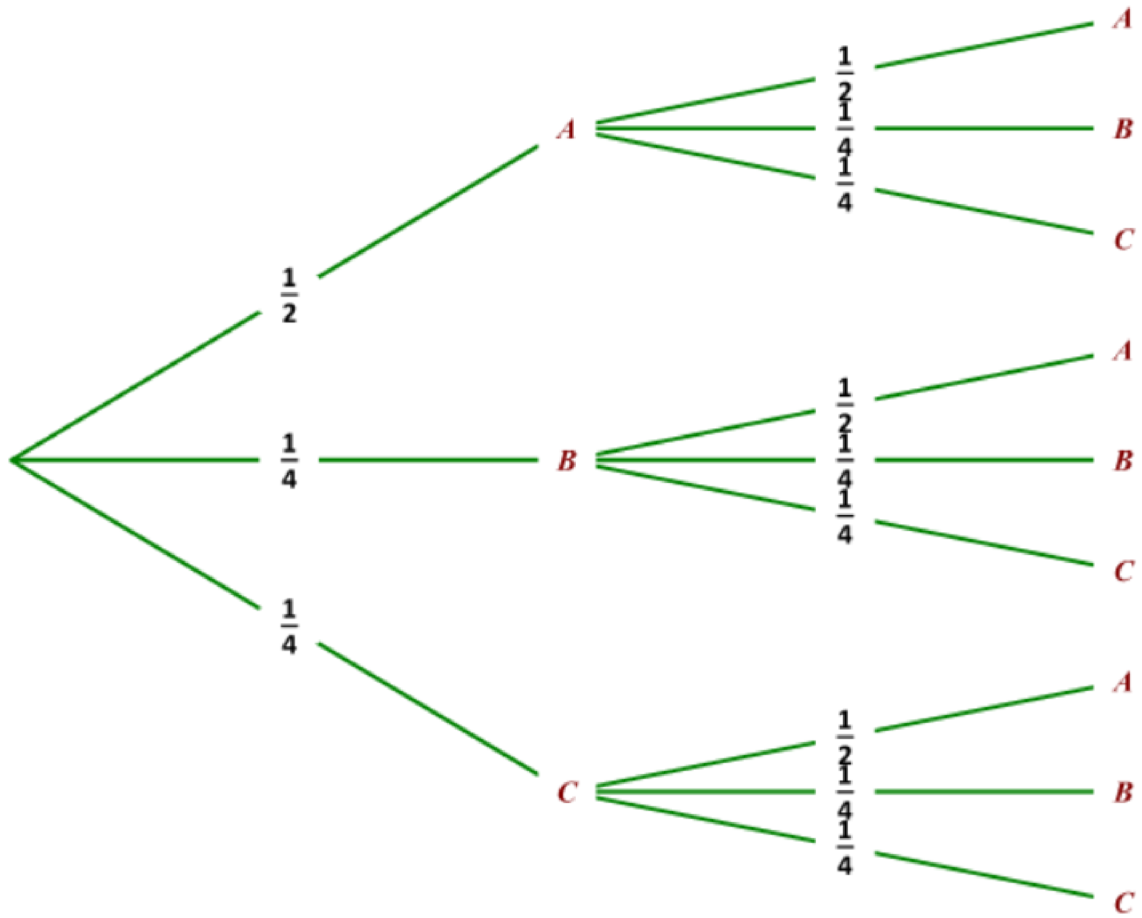
Posons :

A : " le déguisement est un squelette "
$P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

B : " le déguisement est un sorcier "
$P(B) = \frac{1}{4}$

C : " le déguisement est un vampire "
$P(C) = \frac{1}{4}$

a)



Choix d'Ines　　　　　Choix de Hugo

b) $P(A \cap A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ La probabilité que les deux enfants soient déguisés en squelette est de $\frac{1}{4}$.

c) déguisements assortis ?

d) $P(A \cap A) + P(A \cap B) + P(B \cap A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

La probabilité que les deux enfants aient un déguisement qui commence par S est de $\frac{1}{2}$.

e) $P(A \cap A) + P(A \cap B) + P(B \cap A) + P(A \cap C) + P(B \cap B) + P(B \cap C) + P(C \cap A) + P(C \cap B)$

$= 1 - P(C \cap C)$

$= 1 - \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

$= 1 - \frac{1}{16}$

$= \frac{15}{16}$

La probabilité qu'au moins un des deux enfants aient un déguisement qui commence par S est de $\frac{1}{2}$.