

2nde Fiche d'exercices Résolutions de systèmes et de problèmes

Exercice 1:

Résoudre les systèmes, par le calcul, en utilisant la méthode de votre choix.

$$(S_1) : \begin{cases} 3x + y = 2 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$$

$$(S_2) : \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 3x - 5y = -19 \end{cases}$$

$$(S_3) : \begin{cases} -7x + 3y - 15 = 0 \\ 3x + 5y - 16 = 0 \end{cases}$$

$$(S_4) : \begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = -5x + 8 \end{cases}$$

$$(S_5) : \begin{cases} 7x + 4y - 8 = 0 \\ -14x - 8y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$(S_6) : \begin{cases} -6x + y + 1 = 0 \\ 3x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$(S_7) : \begin{cases} -x + 3y - 8 = 0 \\ 2x - 6y + 16 = 0 \end{cases}$$

$$(S_8) : \begin{cases} 4x - 3y = -17 \\ 5x + 2y = -4 \end{cases}$$

$$(S_9) : \begin{cases} -6x + 10y = 2 \\ 3x - 5y = -19 \end{cases}$$

$$(S_{10}) : \begin{cases} -8x + 3y - 17 = 0 \\ 5x + 7y - 16 = 0 \end{cases}$$

$$(S_{11}) : \begin{cases} 7x - 4y + 8 = 0 \\ -x - 5y + 27 = 0 \end{cases}$$

$$(S_{12}) : \begin{cases} 2x - y = -5 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$$

Exercice 2:

Pour partir en vacances au ski, la famille GLISSE loue dans un magasin de sport, durant la semaine, 4 paires de ski et 4 casques. Dans ce même magasin, la famille NEIGE loue, pour la semaine, 2 paires de ski et 5 casques. Pour la semaine, La famille GLISSE paie 340€ et la famille NEIGE paie 215€
Ecrire un système d'équations traduisant les données afin de connaître, le prix de la location, pour une semaine d'une paire de ski et d'un casque.

Exercice 3:

Un troupeau de chameaux et de dromadaires vient se désaltérer dans une oasis. On compte 12 têtes et 17 bosses. Combien ce troupeau compte-t-il de chameaux et de dromadaires ?

Exercice 4 :

Don Juan veut offrir un bouquet de fleurs. Le fleuriste lui propose :

- un bouquet composé de 5 jonquilles et 7 roses, pour un prix total de 24 € ;
- un bouquet composé de 8 jonquilles et 6 roses, pour un prix total de 25,40 €.

Calculer le prix d'une jonquille et celui d'une rose.

Exercice 5 :

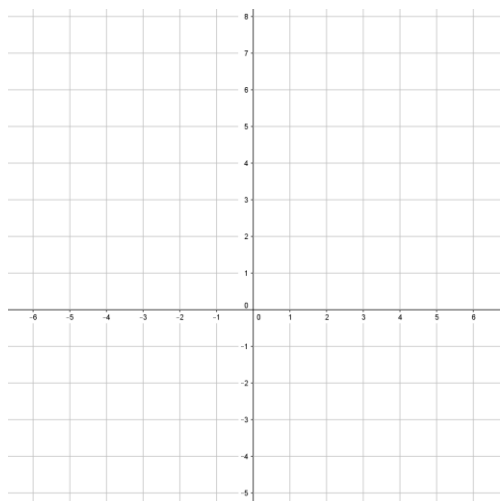
Dans le repère ci-dessous, résoudre graphiquement les systèmes suivants (**utiliser 1 couleur par système**) :

$$(S_1) : \begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = 3x - 1 \end{cases}$$

$$(S_2) : \begin{cases} 4x + y - 3 = 0 \\ y = 3x - 1 \end{cases}$$

$$(S_3) : \begin{cases} 7x + y - 3 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$(S_4) : \begin{cases} x - 2y - 6 = 0 \\ 2x + y - 7 = 0 \end{cases}$$



Réponse du S₁ : S =

Réponse du S₂ : S =

Réponse du S₃ : S =

Réponse du S₄ : S =

Exercice 6:*(6,5 points)*

Compléter le tableau suivant :

Droite	Equation réduite de la droite	Equation cartésienne de la droite	Point appartenant à la droite	Vecteur directeur
(d ₁)	$y = -3x + 5$		A(;)	\vec{u} (;)
(d ₂)		$-14x + 7y + 21 = 0$	A(;)	\vec{u} (;)
(d ₃)	$y = -5$		A(;)	\vec{u} (;)
(d ₄)		$x = 4$	A(;)	\vec{u} (;)

CORRECTION

Exercice 1:

$$(S_1) : \begin{cases} 3x + y = 2 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$$

$a \times b' = 3 \times 2 = 6$ et $a' \times b = -5 \times 1 = -5$
donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1^{ère} équation par 2

$$\begin{cases} 6x + 2y = 4 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$$

On soustrait membre à membre

$$11x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{11} = 1$$

On remplace x par 1 dans la 1^{ère} équation

$$3 + y = 2 \Leftrightarrow y = -1$$
$$S = \{ (1; -1) \}$$

$$(S_2) : \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 3x - 5y = -19 \end{cases}$$

$a \times b' = 2 \times (-5) = -10$ et $a' \times b = 3 \times 4 = 12$
donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1^{ère} équation par 3 et la 2^e équation par 2

$$\begin{cases} 6x + 12y = 6 \\ 6x - 10y = -38 \end{cases}$$

On soustrait membre à membre

$$22y = 44 \Leftrightarrow y = \frac{44}{22} = 2$$

On remplace y par 2 dans la 1^{ère} équation

$$2x + 8 = 2 \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow x = -3$$

$$S = \{ (-3; 2) \}$$

$$(S_3) : \begin{cases} -7x + 3y - 15 = 0 \\ 3x + 5y - 16 = 0 \end{cases}$$

$a \times b' = -7 \times 5 = -35$ et $a' \times b = 3 \times 3 = 9$
donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1^{ère} équation par 3 et la 2^e équation par 7

$$\begin{cases} -21x + 9y - 45 = 0 \\ 21x + 35y - 112 = 0 \end{cases}$$

On additionne membre à membre

$$44y - 157 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{157}{44}$$

On remplace y par $\frac{157}{44}$ dans la 2^e équation

$$3x + 5 \times \frac{157}{44} - 16 = 0 \Leftrightarrow 3x = -\frac{81}{44}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{27}{44}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{27}{44}; \frac{157}{44} \right) \right\}$$

$$(S_4) : \begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = -5x + 8 \end{cases}$$

$3 \neq -5$ donc 1 solution

Par comparaison

$$3x + 2 = -5x + 8$$

$$3x + 5x = 8 - 2$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$y = 3 \times \frac{3}{4} + 2 = \frac{9}{4} + 2 = \frac{17}{4}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{3}{4}; \frac{17}{4} \right) \right\}$$

$$(S_6) : \begin{cases} -6x + y + 1 = 0 \\ 3x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$$

$a \times b' = -6 \times (-4) = 24$ et $a' \times b = 3 \times 1 = 3$
donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 2^e équation par 2

$$\begin{cases} -6x + y + 1 = 0 \\ 6x - 8y + 6 = 0 \end{cases}$$

On additionne membre à membre

$$-7y + 7 = 0 \Leftrightarrow y = 1$$

On remplace y par 1 dans la 1^{ère} équation

$$-6x + 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow -6x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{1}{3}; 1 \right) \right\}$$

$$(S_5) : \begin{cases} 7x + 4y - 8 = 0 \\ -14x - 8y - 6 = 0 \end{cases}$$

$a \times b' = 7 \times (-8) = -56$ et $a' \times b = -14 \times 4 = -56$
donc les droites sont parallèles.

$b \times c' = 4 \times (-6) = -24$ et $b' \times c' = -8 \times (-8) = 64$
donc les droites sont strictement parallèles

$$S = \emptyset$$

$$(S_7) : \begin{cases} -x + 3y - 8 = 0 \\ 2x - 6y + 16 = 0 \end{cases}$$

$$a \times b' = -1 \times (-6) = 6 \text{ et } a' \times b = 2 \times 3 = 6$$

donc les droites sont parallèles.

$$b \times c' = 3 \times 16 = 48 \text{ et } b' \times c' = -6 \times (-8) = 48$$

donc les droites sont confondues.

Le système admet une infinité de solutions, tous les couples de coordonnées des points de la droite

$$\text{d'équation } -x + 3y - 8 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$$

$$(S_9) : \begin{cases} -6x + 10y = 2 \\ 3x - 5y = -19 \end{cases}$$

$$a \times b' = (-6) \times (-5) = 30$$

$$\text{et } a' \times b = 3 \times 10 = 30$$

donc les droites sont parallèles.

$$b \times c' = 10 \times 19 = 190$$

$$\text{et } b' \times c' = -5 \times (-2) = 10$$

donc les droites sont strictement parallèles

$$S = \emptyset$$

$$(S_{10}) : \begin{cases} -8x + 3y - 17 = 0 \\ 5x + 7y - 16 = 0 \end{cases}$$

$$a \times b' = -8 \times 7 = -56 \text{ et } a' \times b = 5 \times 3 = 15$$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1^{ère} équation par 5 et la 2^{ème} par 8

$$\begin{cases} -40x + 15y - 85 = 0 \\ 40x + 56y - 128 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -40x + 15y - 85 = 0 \\ 40x + 56y - 128 = 0 \end{cases}$$

On additionne membre à membre

$$71y - 213 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{213}{71} = 3$$

On remplace y par 3 dans la 1^{ère} équation

$$-8x + 3 \times 3 - 17 = 0 \Leftrightarrow -8x = 8 \Leftrightarrow x = -1$$

$$S = \left\{ (-1 ; 3) \right\}$$

$$(S_8) : \begin{cases} 4x - 3y = -17 \\ 5x + 2y = -4 \end{cases}$$

$$a \times b' = 4 \times 2 = 8 \text{ et } a' \times b = 5 \times (-3) = -15$$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1^{ère} équation par 2

et la 2^{ème} équation par 3

$$\begin{cases} 8x - 6y = -34 \\ 15x + 6y = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x - 6y = -34 \\ 15x + 6y = -12 \end{cases}$$

On additionne membre à membre

$$23x = -46 \Leftrightarrow x = -\frac{46}{23} = -2$$

On remplace x par -2 dans la 2^{ème} équation

$$5 \times (-2) + 2y = -4 \Leftrightarrow 2y = 6 \Leftrightarrow y = 3$$

$$S = \left\{ (-2 ; 3) \right\}$$

$$(S_{11}) : \begin{cases} 7x - 4y + 8 = 0 \\ -x - 5y + 27 = 0 \end{cases}$$

$$a \times b' = 7 \times (-5) = -35$$

$$\text{et } a' \times b = -1 \times (-4) = 4$$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 2^{ème} équation par 7

$$\begin{cases} 7x - 4y + 8 = 0 \\ -7x - 35y + 189 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 4y + 8 = 0 \\ -7x - 35y + 189 = 0 \end{cases}$$

On additionne membre à membre

$$-39y + 197 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{197}{39}$$

On remplace y par $\frac{197}{39}$ dans la 2^{ème} équation

$$-x - 5 \times \frac{197}{39} + 27 = 0 \Leftrightarrow -x = -\frac{68}{39} \Leftrightarrow x = \frac{68}{39}$$

$$S = \left\{ \left(\frac{68}{39} ; \frac{197}{39} \right) \right\}$$

$$(S_{12}) : \begin{cases} 2x - y = -5 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$a \times b' = 2 \times 3 = 6 \text{ et } a' \times b = 8 \times (-1) = -8$$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1^{ère} équation par 3

$$\begin{cases} 6x - 3y = -15 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$$

On additionne membre à membre

$$14x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{14} = -\frac{1}{2}$$

On remplace x par $-\frac{1}{2}$ dans la 1^{ère} équation

$$2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - y = -5 \Leftrightarrow -y = -5 + 1 = -4 \Leftrightarrow y = 4 \quad S = \left\{ \left(-\frac{1}{2}; 4\right) \right\}$$

Exercice 2:

Pour partir en vacances au ski, la famille GLISSE loue dans un magasin de sport, durant la semaine, 4 paires de ski et 4 casques. Dans ce même magasin, la famille NEIGE loue, pour la semaine, 2 paires de ski et 5 casques. Pour la semaine, La famille GLISSE paie 340€ et la famille NEIGE paie 215€
Ecrire un système d'équations traduisant les données afin de connaître, le prix de la location, pour une semaine d'une paire de ski et d'un casque.

x est le prix de la location, pour une semaine d'une paire de ski.

y est le prix de la location, pour une semaine d'un casque.

$$\begin{cases} 4x + 4y = 340 \\ 2x + 5y = 215 \end{cases} \quad ab' = 4 \times 5 = 20 \quad \text{et} \quad a'b = 2 \times 4 = 8 \quad \text{donc une seule solution.}$$

On multiplie par 2 la 2^e équation.

$$\begin{cases} 4x + 4y = 340 \\ 4x + 10y = 430 \end{cases}$$

On soustrait membre à membre

$$-6y = -90 \Leftrightarrow y = 15$$

On remplace y par 15 dans $2x + 5y = 215$.

$$2x + 75 = 215 \Leftrightarrow 2x = 140 \Leftrightarrow x = 70.$$

$$S = \{ (70 ; 15) \}$$

Le prix de la location, pour une semaine, d'une paire de ski est 70€ et d'un casque 15€.

Exercice 3:

Un troupeau de chameaux et de dromadaires vient se désaltérer dans une oasis. On compte 12 têtes et 17 bosses. Combien ce troupeau compte-t-il de chameaux et de dromadaires ?

Posons x le nombre de chameaux et y le nombre de dromadaires.

Un chameau a une tête et deux bosses, un dromadaire a une tête et une bosse.

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + y = 17 \end{cases} \quad ab' = 1 \times 1 = 1 \quad \text{et} \quad a'b = 2 \times 1 = 2 \quad \text{donc une seule solution.}$$

On soustrait membre à membre

$$-x = -5 \Leftrightarrow x = 5$$

On remplace x par 5 dans la première équation

$$5 + y = 12 \Leftrightarrow y = 7$$

$S = \{ (5 ; 7) \}$ donc le troupeau comporte 5 chameaux et 7 dromadaires.

Exercice 4 :

Don Juan veut offrir un bouquet de fleurs. Le fleuriste lui propose :

- un bouquet composé de 5 jonquilles et 7 roses, pour un prix total de 24 € ;
- un bouquet composé de 8 jonquilles et 6 roses, pour un prix total de 25,40 €.

Calculer le prix d'une jonquille et celui d'une rose.

Posons x le nombre de jonquilles et y le nombre de roses.

$$\begin{cases} 5x + 7y = 24 \\ 8x + 6y = 25,40 \end{cases} \quad ab' = 5 \times 6 = 30 \quad \text{et} \quad a'b = 8 \times 7 = 56 \quad \text{donc une seule solution.}$$

On multiplie la première équation par 8 et la deuxième par 5

$$\begin{cases} 40x + 56y = 192 \\ 40x + 30y = 127 \end{cases}$$

On soustrait membre à membre

$$26y = 65 \Leftrightarrow y = \frac{65}{26} = 2,5$$

On remplace y par 2,5 dans la première équation

$$5x + 7 \times 2,5 = 24 \Leftrightarrow 5x = 6,5 \Leftrightarrow x = 1,3$$

$S = \{ (1,3 ; 2,5) \}$ donc une jonquille coûte 1,30€ et une rose coûte 2,50€.

Exercice 5 : 6 pts

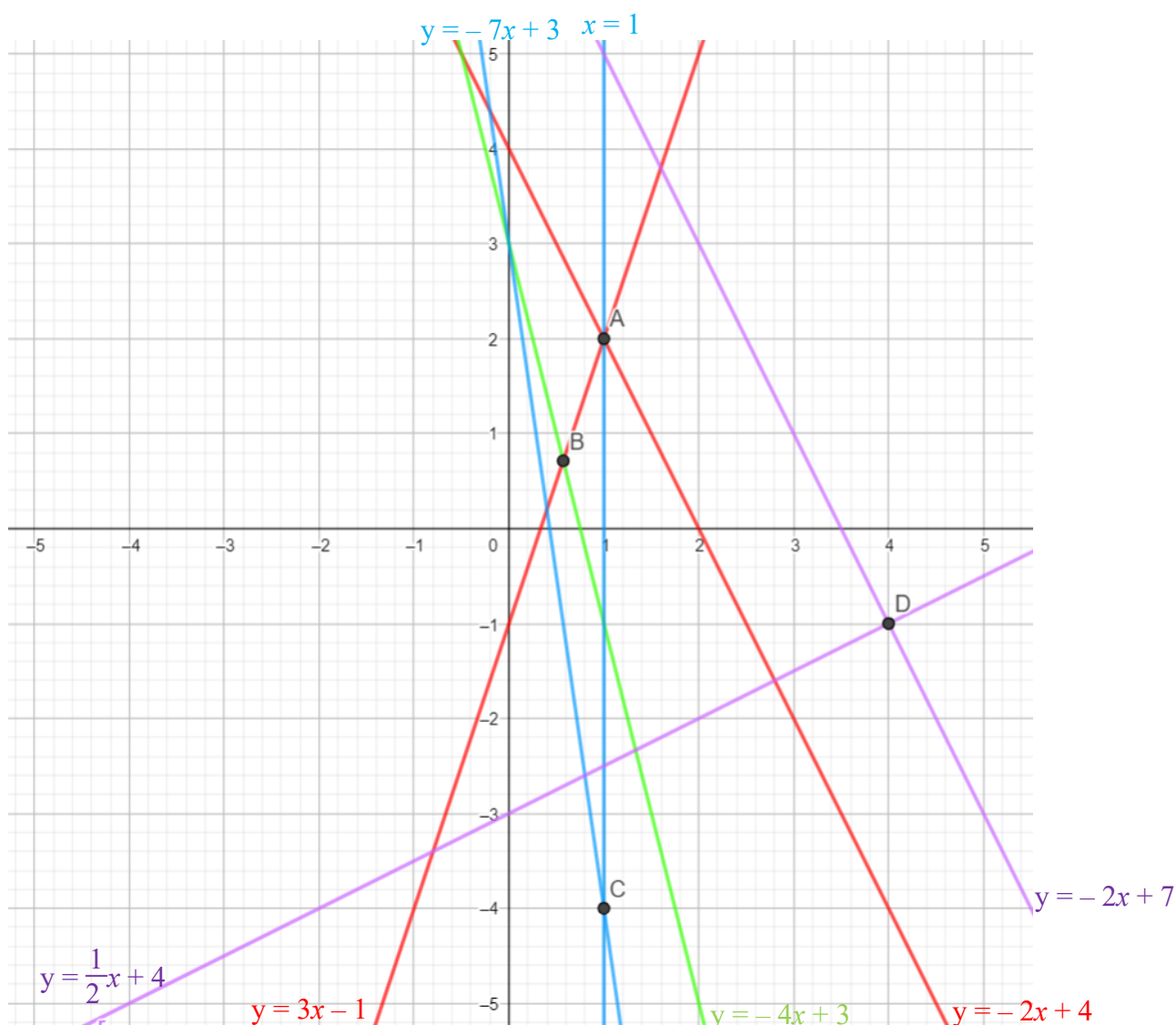
Dans le repère ci-dessous, résoudre graphiquement les systèmes suivants (utiliser 1 couleur par système) :

$$(S_1) : \begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \quad \text{Rouge Point A}$$

$$(S_2) : \begin{cases} 4x + y - 3 = 0 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4x + 3 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \quad \text{Rouge + vert Point B}$$

$$(S_3) : \begin{cases} 7x + y - 3 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7x + 3 \\ x = 1 \end{cases} \quad \text{Bleu Point C}$$

$$(S_4) : \begin{cases} x - 2y - 6 = 0 \\ 2x + y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 3 \\ y = -2x + 7 \end{cases} \quad \text{Violet Point D}$$



Réponse du S₁ : $S = \{(1 ; 2)\}$

Réponse du S₂ : $S = S = \{(0,6 ; 0,7)\}$

Réponse du S₃ : $S = S = \{(1 ; -4)\}$

Réponse du S₄ : $S = S = \{(4 ; -1)\}$

Exercice 1:

Compléter le tableau suivant :

Droite	Equation réduite de la droite	Equation cartésienne de la droite	Point appartenant à la droite	Vecteur directeur
(d ₁)	$y = -3x + 5$	$3x + y - 5 = 0$	A(0 ; 5)	$\vec{u} (1 ; -3)$
(d ₂)	$y = 2x - 3$	$-14x + 7y + 21 = 0$	A(0 ; -3)	$\vec{u} (-7 ; -14)$
(d ₃)	$y = -5$	$y + 5 = 0$	A(0 ; -5)	$\vec{u} (1 ; 0)$
(d ₄)	pas d'équation réduite	$x = 4$	A(4 ; 0)	$\vec{u} (0 ; 1)$