

BACCALAURÉAT BLANC 2026

DE MATHÉMATIQUES

– SPÉCIALITÉ - MATHS –

Durée de l'épreuve : 4 HEURES

Les calculatrices sont AUTORISÉES en mode examen actif

Coefficient : 16
Sujet 1

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le barème est approximatif.

Sur l'en-tête de votre copie, précisez clairement et distinctement :

- ▶ *le nom de l'épreuve : épreuve de mathématiques.*
- ▶ *Le nom de votre professeur de Spécialité.*

Exercice 1 :**(4 points)**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Les sept questions sont indépendantes. Une réponse incorrecte, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. **Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.** Aucune justification n'est demandée.

Question 1:

On considère la fonction g définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \ln(x^2 + x + 1)$.

Pour tout nombre réel x strictement positif :

- a. $g'(x) = \frac{1}{2x+1}$ b. $g'(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$ c. $g'(x) = \ln(2x+1)$ d. $g'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$

Question 2 :

La fonction $x \mapsto \ln(-x^2 - x + 6)$ est définie sur :

- a. $] -3 ; 2 [$ b. $] -\infty ; 6 [$ c. $] 0 ; +\infty [$ d. $] 2 ; +\infty [$

Question 3 :

On considère la fonction f définie sur $]0,5; +\infty[$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3\ln(2x - 1)$

Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

- a. $y = 4x - 7$ b. $y = 2x - 4$ c. $y = -3(x - 1) + 4$ d. $y = 2x - 1$

Question 4 :

L'ensemble S des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\ln(x+3) < 2\ln(x+1)$ est :

- a. $S =]1; +\infty[$ b. $S =]-1; 1[$ c. $S = \emptyset$ d. $S =]-\infty; -2[\cup]1; +\infty[$

Question 5 :

La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2\ln(x)}{3x^2+1}$ est égale à :

- a. $\frac{2}{3}$ b. $+\infty$ c. $-\infty$ d. 0

Question 6 :

Soit la fonction g définie pour tout réel x strictement positif par $g(x) = x\ln(x) - x^2$.

On note C_g sa courbe représentative dans un repère du plan.

- a. La fonction g est convexe sur $]0; +\infty[$
b. La fonction g est concave sur $]0; +\infty[$
c. La courbe C_g admet exactement un point d'inflexion sur $]0; +\infty[$
d. La courbe C_g admet exactement deux points d'inflexion sur $]0; +\infty[$

Question 7 :

L'équation $e^{2x} + e^x - 12 = 0$ admet dans $\mathbb{R}$:

- a. trois solutions b. deux solutions c. une seule solution d. aucune solution

Exercice 2 :

(15,75 points)

Pour le traitement d'une maladie, on met en place un essai clinique. On envisage deux protocoles. L'objectif de cet exercice est d'étudier, pour ces deux protocoles, l'évolution de la quantité de médicament présente dans le sang d'un patient en fonction du temps. Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : Etude du premier protocole

Le premier protocole consiste à faire absorber un médicament, sous forme de comprimé, au patient. On modélise la quantité de médicament présente dans le sang du patient, exprimée en mg, par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par $f(t) = 3te^{-0,5t+1}$ où t désigne le temps, exprimé en heure, écoulé depuis la prise du comprimé.

- 1) a) On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 10]$ et on note f' sa fonction dérivée. Montrer que, pour tout réel t de $[0 ; 10]$, on a $f'(t) = 3(-0,5t + 1)e^{-0,5t+1}$.
b) En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 10]$.
c) Selon cette modélisation, au bout de combien de temps la quantité de médicament présente dans le sang du patient sera-t-elle maximale ? Quelle est alors cette quantité maximale ?
- 2) a) Montrer que l'équation $f(t) = 5$ admet une unique solution sur l'intervalle $[0 ; 2]$ notée α , dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.
On admet que l'équation $f(t) = 5$ admet une unique solution sur l'intervalle $[2 ; 10]$, notée β , et qu'une valeur approchée de β à 10^{-2} près est 3,46.
b) On considère que ce traitement est efficace lorsque la quantité de médicament présente dans le sang du patient est supérieure ou égale à 5 mg.
Déterminer, à la minute près, la durée d'efficacité du médicament dans le cas de ce protocole.

Partie B : Etude du second protocole

Le second protocole consiste à injecter initialement au patient, par piqûre intraveineuse, une dose de 2 mg de médicament puis à réinjecter toutes les heures une dose de 1,8 mg.

On suppose que le médicament se diffuse instantanément dans le sang et qu'il est ensuite progressivement éliminé. On estime que lorsqu'une heure s'est écoulée après une injection, la quantité de médicament dans le sang a diminué de 30% par rapport à la quantité présente immédiatement après cette injection.

On modélise cette situation à l'aide d'une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n , u_n désigne la quantité de médicament, exprimée en mg, présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la n -ème heure. On a donc $u_0 = 2$.

- 1) Calculer, selon cette modélisation, la quantité u_1 de médicament, en mg, présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la première heure.
- 2) Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = 0,7u_n + 1,8$.
- 3) a) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a $u_n \leq u_{n+1} < 6$.
b) En déduire que la suite (u_n) est convergente. On note ℓ sa limite.
c) Déterminer la valeur de ℓ . Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
- 4) On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = 6 - u_n$.
a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,7 dont on précisera le premier terme.
b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n , puis de u_n en fonction de n .
c) Avec ce protocole, on arrête les injections lorsque la quantité de médicament présente dans le sang du patient est supérieure ou égale à 5,5 mg.
Déterminer, en détaillant les calculs, le nombre d'injections réalisées en appliquant ce protocole.

Exercice 3 :

(7,5 points)

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Au cours de la fabrication d'une paire de lunettes, la paire de verres doit subir deux traitements notés T_1 et T_2 .

Partie A

On prélève au hasard une paire de verres dans la production.

On désigne par A l'événement : " la paire de verres présente un défaut pour le traitement T_1 "

On désigne par B l'événement : " la paire de verres présente un défaut pour le traitement T_2 "

On note respectivement $\bar{A}$ et $\bar{B}$ les événements contraires de A et B.

Une étude a montré que :

- la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T_1 , notée $P(A)$, est égale à 0,1.
- la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T_2 , notée $P(B)$, est égale à 0,2.
- la probabilité qu'une paire de verres ne présente aucun des deux défauts est égale à 0,75.

1) **Recopier** et compléter le tableau suivant avec les probabilités correspondantes.

	A	$\bar{A}$	TOTAL
B			
$\bar{B}$			
TOTAL			1

- 2) a) Donner la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente deux défauts, un pour chaque traitement T_1 et T_2 .
- b) Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
- c) Déterminer, en justifiant la réponse, la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour au moins un des deux traitements T_1 ou T_2 .
- 3) Donner la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour un seul de deux traitements.
- 4) Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour le traitement T_2 , sachant que cette paire de verres présente un défaut pour le traitement T_1 .

Partie B

On prélève, au hasard, un échantillon de 50 paires de verres dans la production. On suppose que la production est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de ce type, associe le nombre de paires de verres qui présente le défaut pour le traitement T_1 .

- 1) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
- 2) Donner l'expression permettant de calculer la probabilité d'avoir, dans un tel échantillon, exactement 10 paires de verres qui présentent ce défaut. Effectuer ce calcul et arrondir le résultat à 10^{-3} .
- 3) Calculer la probabilité d'avoir, dans un tel échantillon, au moins 3 paires de verres qui présentent ce défaut. Arrondir le résultat à 10^{-3} .
- 4) En moyenne, combien de paires de verres ayant ce défaut peut-on trouver dans un échantillon de 50 paires ?

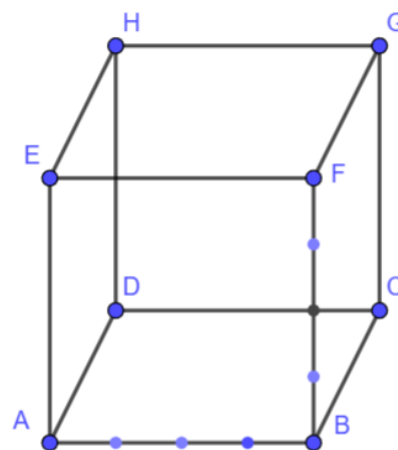
Exercice 4 :**(12,75 points)**

ABCDEFGH est un cube de côté 4.

Partie A

On définit les points I et J par :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BF}.$$



1. Placer les points I et J **sur la figure en annexe**.
2. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DH}$ sont coplanaires.
3. Montrer que les droites (IJ) et (DG) sont parallèles.

Partie B

L'espace est rapporté au repère $(A ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ où $\vec{i} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$, $\vec{j} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$ et $\vec{k} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$.

1. Donner, sans justification, les coordonnées des huit sommets du cube, ainsi que les coordonnées des points I et J définis dans la partie A.
2.
 - a. Donner une représentation paramétrique de la droite (IJ).
 - b. Donner une représentation paramétrique de la droite (HB).
 - c. Les droites (IJ) et (HB) sont-elles coplanaires ? Justifier.
3. Soit K le centre de la face BCGF.
 - a. Donner, sans justification, les coordonnées de K.
 - b. Déterminer une équation paramétrique de la droite (d), parallèle à (IJ) et passant par K.
 - c. Déterminer les coordonnées du point d'intersection L de la droite (d) et du plan (ADE).



Nom , Prénom :

ANNEXE A rendre avec la copie

