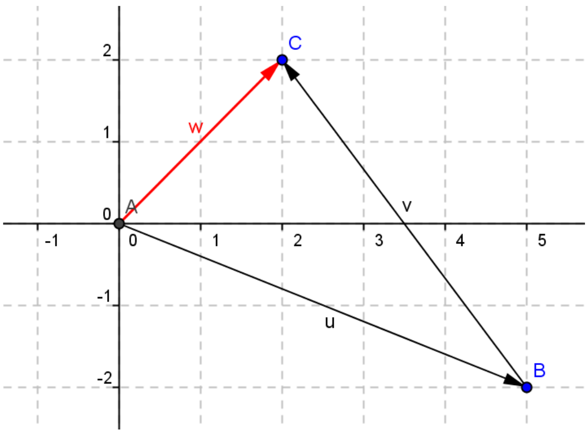
VECTEURS ET COORDONNEES

I. Coordonnées d'un vecteur :



1) Lecture des coordonnées d'un vecteur :

Pour aller de B à C on effectue un déplacement horizontal de 3 unités vers la gauche puis un déplacement vertical de 4 unités vers le haut.

On dira que les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$ sont $(-3 ; 4)$.

2) Calcul des coordonnées d'un vecteur :

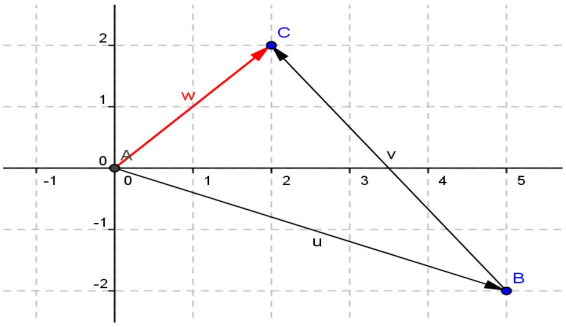
$B(5 ; -2)$ et $C (2 ; 2)$.

On remarque que les coordonnées de vecteur $\overrightarrow{BC}$ sont $(2 - 5 ; 2 - (-2))$.

Si $A (x_A ; y_A)$ et $B (x_B ; y_B)$ alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$

II. Coordonnées du vecteur somme de deux vecteurs :

Soit $\overrightarrow{u} (5 ; -2)$ et $\overrightarrow{v} (-3 ; 4)$.



On constate que $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ a pour coordonnées $(2 ; 2)$.
Or $\overrightarrow{u} (5 ; -2)$ et $\overrightarrow{v} (-3 ; 4)$
et $5 + (-3) = 2$ et $(-2) + 4 = 2$

Si $\overrightarrow{u} (x ; y)$ et $\overrightarrow{v} (x' ; y')$

alors $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ a pour coordonnées $(x + x' ; y + y')$

III. Coordonnées du vecteur $k \times \overrightarrow{u}$:

Soit $\overrightarrow{u} (2 ; -3)$.

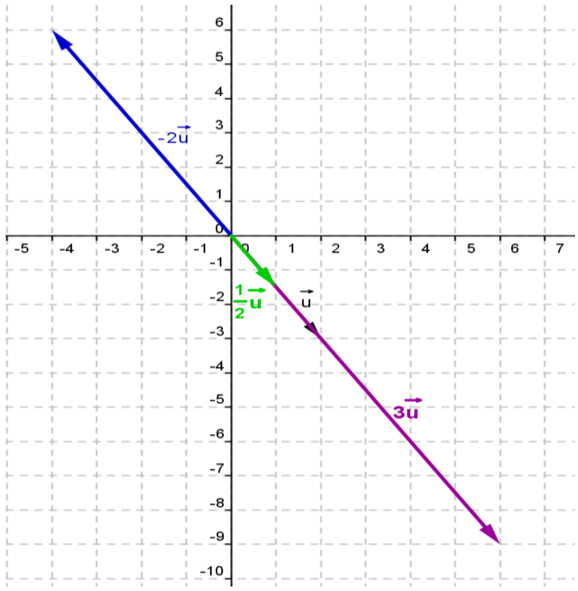
On a représenté $\overrightarrow{u}$, $3\overrightarrow{u}$, $-2\overrightarrow{u}$ et $\frac{1}{2}\overrightarrow{u}$.

$3\overrightarrow{u} (6 ; -9)$ donc les coordonnées de $3\overrightarrow{u}$ sont le triple de celles de $\overrightarrow{u}$.

$\frac{1}{2}\overrightarrow{u} (1 ; -1,5)$ donc les coordonnées de $\frac{1}{2}\overrightarrow{u}$ sont la moitié de celles de $\overrightarrow{u}$.

$-2\overrightarrow{u} (-4 ; 6)$ donc les coordonnées de $-2\overrightarrow{u}$ sont égales à celles de $\overrightarrow{u}$ multipliée par (-2).

Si $\overrightarrow{u} (a ; b)$ alors les coordonnées du vecteur $k \times \overrightarrow{u}$ sont $(k \times a ; k \times b)$



Comment reconnaitre des vecteurs colinéaires grâce à leurs coordonnées :

Soit $\vec{u}\,(x\,;y)$ et $\vec{v}\,(x'\,;y')$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow$ $x \times y' - y \times x' = 0$ $\Leftrightarrow$ $\det(\vec{u}\,;\vec{v}) = 0$.

On note **$\det(\vec{u}\,;\vec{v})$ le réel $x\,y' - y\,x'$**

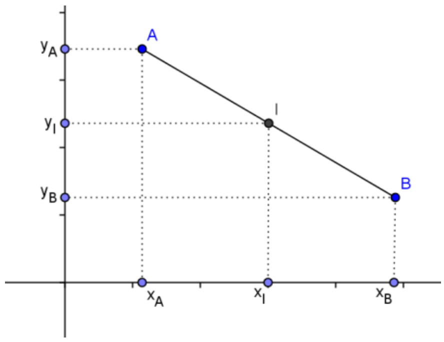
Démonstration :

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires alors il existe un réel k tel que $\vec{u} = k \times \vec{v}$
donc il existe un réel k tel que $x = k \times x'$ et $y = k \times y'$
donc il existe un réel k tel que $\frac{x}{x'} = k = \frac{y}{y'}$
donc $x \times y' = y \times x'$ (en faisant le produit en croix)
donc $x \times y' - y \times x' = 0$

Exemple : Les vecteurs $\vec{u}\,(5\,;3)$ et $\vec{v}\,(10\,;6)$ sont-ils colinéaires ?

$\det(\vec{u}\,;\vec{v}) = 5 \times 6 - 3 \times 10 = 30 - 30 = 0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

IV. Coordonnées du milieu d'un segment :

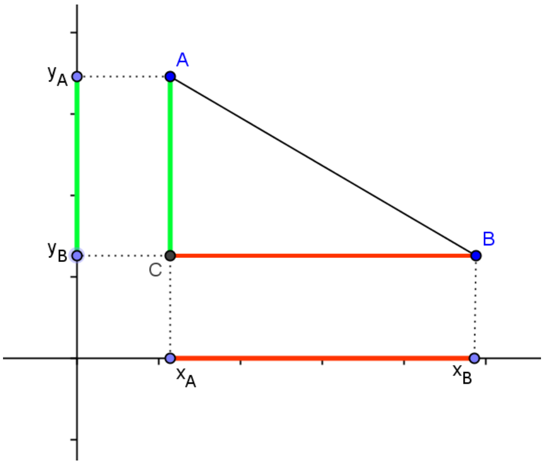


Si $A\,(x_A\,;y_A)$ et $B\,(x_B\,;y_B)$ alors I milieu de [AB] a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

Exemple: Dans un repère, on considère les points A(5; 2) et B(– 3 ; – 1) . M est le milieu de [AB] .
Calculer les coordonnées de M.

$M\left(\frac{5-3}{2}, \frac{2-1}{2}\right)$ donc $M\left(1\,;\frac{1}{2}\right)$

V. Longueur d'un segment :



Si A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B) dans un repère orthonormé alors le segment [AB] a pour longueur

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple: Dans un repère, on considère les points A(5; 2) et B(– 3; – 1) . Calculer la longueur AB.

$$AB = \sqrt{(-3-5)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-3)^2} = \sqrt{64+9} = \sqrt{73}$$

La longueur du segment [AB] est $\sqrt{73}$.