

# Chapitre 5 SUITES ARITHMETIQUES ET GEOMETRIQUES

## I. Suites arithmétiques :

### 1) Exemple :

On donne la suite de nombres :  $-8$  ;  $-5$  ;  $-2$  ;  $1$  ;  $4$  ;  $7$ .

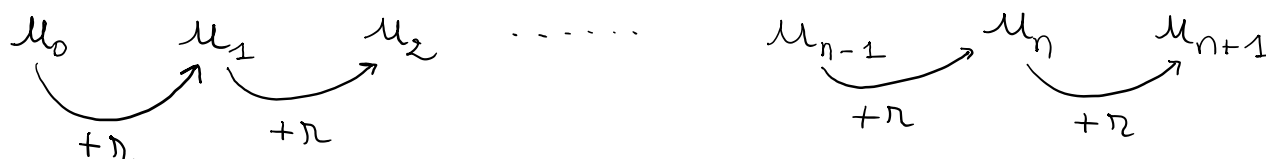
Trouver comment passer d'un terme au terme suivant.

On passe d'un terme au suivant en ajoutant 3.

On dira que cette suite est **arithmétique** de raison  $r = 3$ .

### 2) Définition :

**Une suite est arithmétique si l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre. Ce nombre est appelé la raison de la suite et il est noté  $r$ .**



**Si  $(u_n)$  est une suite arithmétique alors  $u_{n+1} = u_n + r$ .**

### 3) Propriété :

**La suite  $(u_n)$  sera arithmétique si et seulement si  $u_{n+1} - u_n$  ne dépend pas de  $n$ .**

Exemple : On donne la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = 2n + 5$ . Cette suite est-elle arithmétique ?

1) Calculer  $u_{n+1}$ .

$$u_{n+1} = 2(n+1) + 5 = 2n + 2 + 5 = 2n + 8.$$

2) Calculer  $u_{n+1} - u_n$

$$u_{n+1} - u_n = 2n + 8 - (2n + 5) = 2n + 8 - 2n - 5 = 3$$

3) Conclure.

$$u_{n+1} - u_n = 3 \text{ donc } u_{n+1} = u_n + 3$$

On passe d'un terme au suivant en ajoutant 3 donc la suite  $(u_n)$  est arithmétique de raison 3 et de premier terme  $u_0 = 5$ .

### 4) Sens de variation :

Exemple : 1) On donne la suite définie par  $u_{n+1} = u_n + 3$  et  $u_0 = -1$ . Calculer les trois premiers termes.

$$u_0 = -1 ; u_1 = u_0 + 3 = -1 + 3 = 2 ; u_2 = u_1 + 3 = 2 + 3 = 5$$

La valeur des termes augmente car on ajoute 3 à chaque fois, la suite est croissante.

2) On donne la suite définie par  $v_{n+1} = v_n - 5$  et  $v_0 = 2$ . Calculer les trois premiers termes.

$$v_0 = 2 ; v_1 = v_0 - 5 = 2 - 5 = -3 ; v_2 = v_1 - 5 = -3 - 5 = -8$$

La valeur des termes diminue car on ajoute  $-5$  à chaque fois, la suite est décroissante.

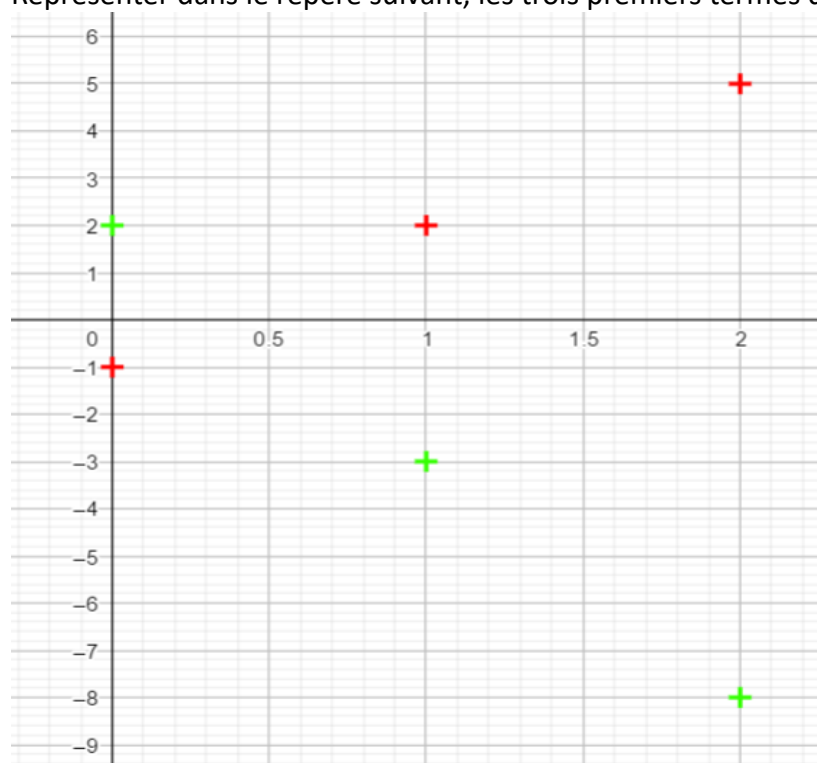
**Conclusion : Si  $r$  est positive la suite arithmétique est strictement croissante.**

**Si  $r$  est négative la suite arithmétique est strictement décroissante.**

**Si  $r$  est nulle la suite arithmétique est constante.**

### 5) Représentation graphique :

Représenter dans le repère suivant, les trois premiers termes des deux suites précédentes :



En rouge, la suite  $(u_n)$   
et en vert  $(v_n)$