Nom, Prénom : ……………… **Mardi 2 Décembre 2025**

<u>TSpé INTERROGATION /10</u>

/10

Calculer les limites des suites suivantes en **<u>détaillant les justifications</u>**.

$u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n + \frac{1}{n^2}$; $k_n = \frac{-6n^2+1}{2n-4}$; $g_n = \frac{\sin(n)}{n^2}$

Nom, Prénom : ……………… **Mardi 2 Décembre 2025**

<u>TSpé INTERROGATION /10</u>

/10

Calculer les limites des suites suivantes en **<u>détaillant les justifications</u>**.

$v_n = -n + n^2$; $t_n = \frac{(\frac{3}{5})^n}{(\frac{2}{3})^n}$; $h_n = n^3 + (-1)^n$

TSpé CORRECTION INTERROGATION /10

Pour la suite (u_n) :

$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n = +\infty$ car $4/3 > 1$

$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{n^2}\right) = 0$

par somme des limites

$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n) = +\infty$

Pour la suite (k_n) :

$$\frac{-6n^2+1}{2n-4} = \frac{n(-6n+\frac{1}{n})}{n(2-\frac{4}{n})} = \frac{-6n+\frac{1}{n}}{2-\frac{4}{n}}$$

$\lim\limits_{n\to+\infty} (-6n) = -\infty$

$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{n}\right) = 0$

Par somme

$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(-6n+\frac{1}{n}\right) = -\infty$

$\lim\limits_{n\to+\infty} (2) = 2$

$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(-\frac{4}{n}\right) = 0$

Par somme

$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(2-\frac{4}{n}\right) = 2$

Par quotient

$\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n) = -\infty$

Pour la suite (g_n) :

Pour tout n entier naturel **non nul**, on a :

$-1 \leq \sin(n) \leq 1$ donc $\frac{-1}{n^2} \leq \frac{\sin(n)}{n^2} \leq \frac{1}{n^2}$ car $n^2 > 0$

On a donc $u_n \leq g_n \leq v_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{-1}{n^2}\right) = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{n^2}\right) = 0$

donc grâce au théorème des gendarmes, on peut donc dire que

$\lim\limits_{n\to+\infty} (g_n) = 0$

TSpé CORRECTION INTERROGATION /10

Pour la suite (v_n) :

On factorise: $v_n = -n + n^2 = -n(1-n)$

$\lim\limits_{n\to+\infty} (-n) = -\infty$

$\lim\limits_{n\to+\infty} (1-n) = -\infty$

par produit des limites

$\lim\limits_{n\to+\infty} (v_n) = +\infty$

Pour la suite (t_n) :

$$t_n = \frac{(\frac{3}{5})^n}{(\frac{2}{3})^n} = \left(\frac{3}{5}\times\frac{3}{2}\right)^n = \left(\frac{9}{10}\right)^n$$

$-1 < \frac{9}{10} < 1$ Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} (t_n) = 0$

Pour la suite (h_n) :

On factorise : $h_n = h_n = n^3 + (-1)^n$

$-1 \leq (-1)^n \leq 1$ d'où $n^3 - 1 \leq \frac{(-1)^n}{n^3} \leq n^3 + 1$

donc on a : $u_n \leq h_n \leq v_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} (n^3-1) = +\infty$ 0

$\lim\limits_{n\to+\infty} (n^3+1) = +\infty$

Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n) = \lim\limits_{n\to+\infty} (v_n) = +\infty$

D'après le théorème des gendarmes, $\lim\limits_{n\to+\infty} (h_n) = +\infty$