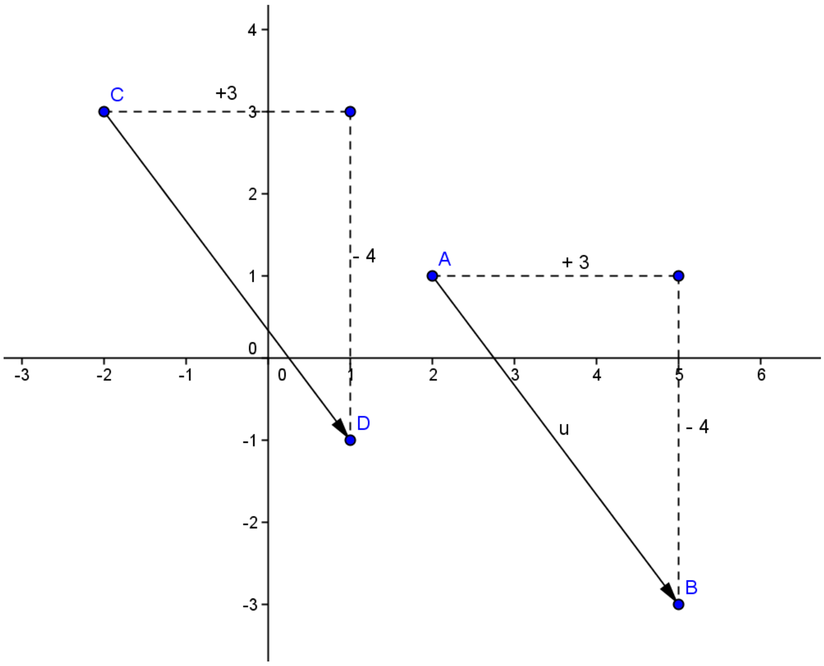
VECTEURS ET TRANSLATIONS

I. Introduction : la translation :



A (2 ; 1) ; B (5 ; – 3) ; C (– 2 ; 3).
Le déplacement qui amène le point A sur le point B est appelé **translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.**
Cette translation, à un point C, associe un point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.
On dit que **D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$. On note $t_{\overrightarrow{AB}}$ (C) = D**

Conséquence : On dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **égaux**.
On dit aussi qu'ils sont les **représentants** d'un même vecteur que l'on pourra noter $\overrightarrow{u}$.

II. Les vecteurs : quelques définitions et propriétés :

1) Vecteurs égaux et parallélogramme :

Sur l'exemple précédent on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
On remarque également que le quadrilatère ABDC a deux côtés parallèles et de même longueur
(car on a effectué le même déplacement de A vers B que de C vers D)
donc on peut affirmer que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ⇔ ABDC est un parallélogramme.

2) Vecteurs particuliers :

a) Le vecteur nul :

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ correspond à un déplacement de A vers A donc un déplacement nul.
On dira que le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est un vecteur nul et on notera **$\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$**

b) Vecteurs opposés:

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ correspond à un déplacement de A vers B.
Le vecteur $\overrightarrow{BA}$ correspond à un déplacement de B vers A donc un déplacement opposé au précédent.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont dits opposés et on notera $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

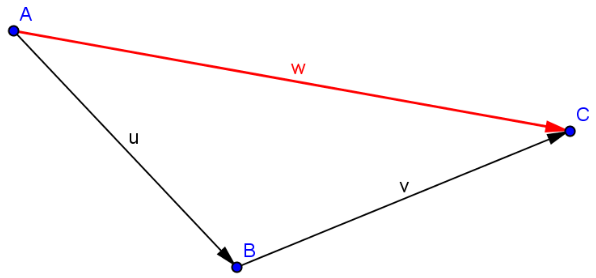
III. Addition de deux vecteurs :

1) Définition :

Soit $\vec{u}$ le vecteur qui va de A vers B. $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$

Soit $\vec{v}$ le vecteur qui va de B vers C. $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$.

On appelle $\vec{w}$ le vecteur qui va de A vers C.



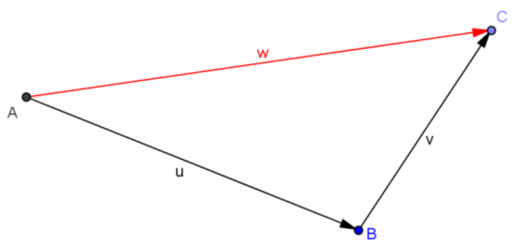
Ce vecteur $\vec{w}$ résulte de l'enchainement de deux déplacements, de deux translations, l'une de vecteur $\vec{u}$ et l'autre de vecteur $\vec{v}$.

On dira alors que $\vec{w}$ est la somme des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
On notera $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

2) Construction géométrique de la somme de deux vecteurs :

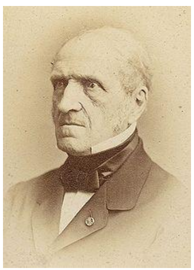
Deux techniques différentes mais équivalentes sont possibles :

La technique du " bout à bout "

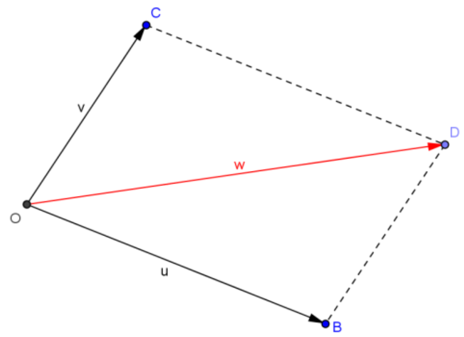


On colle le vecteur $\vec{v}$ au bout du vecteur $\vec{u}$

On a alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
Cette relation est connue sous le nom de
Relation de Chasles
(Michel Chasles est un mathématicien français né en 1793 et mort en 1880)



La technique du parallélogramme



On représente $\vec{u}$ et $\vec{v}$ avec la même origine O, puis on termine le parallélogramme.

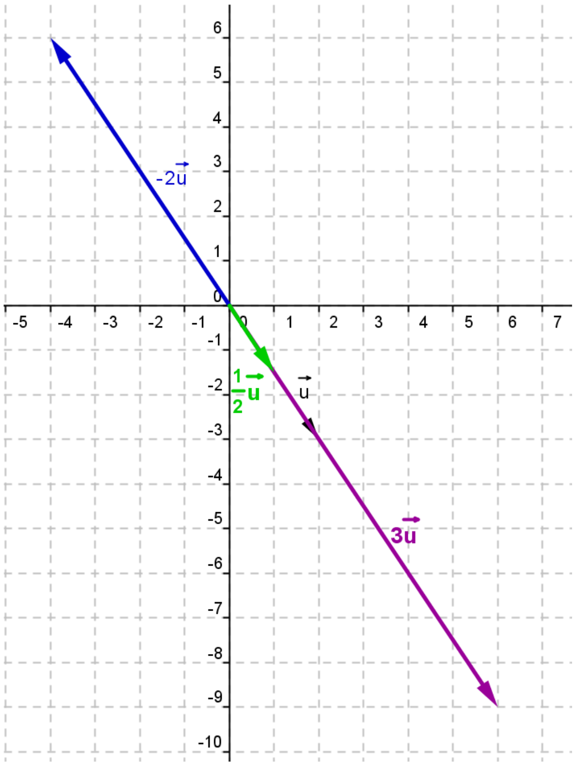
La diagonale de ce parallélogramme commençant par O sera le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

IV. Multiplication d'un vecteur par un réel :

1) Exemple :

Soit $\overrightarrow{u}$ le vecteur dessiné ci–dessous.

Représenter $\overrightarrow{u}$, $3\overrightarrow{u}$, $-2\overrightarrow{u}$ et $\frac{1}{2}\overrightarrow{u}$.



On constate que $\overrightarrow{u}$, $3\overrightarrow{u}$ et $\frac{1}{2}\overrightarrow{u}$ ont le même sens
et que $-2\overrightarrow{u}$ est de sens contraire

2) Définitions :

Soit α un nombre réel quelconque.

Si $\alpha = 0$ alors $0 \times \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$

Si $\alpha = 1$ alors $1 \times \overrightarrow{u} = \overrightarrow{u}$

Si $\alpha = -1$ alors $-1 \times \overrightarrow{u} = -\overrightarrow{u}$

Si $\alpha > 0$ alors $\alpha\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ auront le même sens et la longueur de $\alpha\overrightarrow{u}$ sera celle de $\overrightarrow{u}$ multipliée par α

Si $\alpha < 0$ alors $\alpha\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ seront de sens contraire et la longueur de $\alpha\overrightarrow{u}$ sera celle de $\overrightarrow{u}$ multipliée par $-\alpha$