

Nom, Prénom :

Mardi 6 Octobre 2025

TSpé INTERROGATION /10

/10

On donne la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :
 $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0,7 u_n + 1,8$.

- 1) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a :
$$u_n \leq u_{n+1} < 6.$$
- 2) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n , par
$$v_n = 6 - u_n.$$
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
Préciser sa raison et son premier terme.
 - b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n
puis celle de u_n en fonction de n .

Nom, Prénom :

Mardi 6 Octobre 2025

TSpé INTERROGATION /10

/10

On donne la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :
 $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0,7 u_n + 1,8$.

- 1) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a :
$$u_n \leq u_{n+1} < 6.$$
- 2) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n , par
$$v_n = 6 - u_n.$$
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
Préciser sa raison et son premier terme.
 - b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n
puis celle de u_n en fonction de n .

Nom, Prénom :

Mardi 6 Octobre 2025

TSpé INTERROGATION /10

/10

On donne la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :
 $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0,3 u_n + 3,5$.

- 1) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a :
$$u_n \leq u_{n+1} < 5.$$
- 2) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n , par
$$v_n = 5 - u_n.$$
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
Préciser sa raison et son premier terme.
 - b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n
puis celle de u_n en fonction de n .

Nom, Prénom :

Mardi 6 Octobre 2025

TSpé INTERROGATION /10

/10

On donne la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :
 $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0,3 u_n + 3,5$.

- 1) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a :
$$u_n \leq u_{n+1} < 5.$$
- 2) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n , par
$$v_n = 5 - u_n.$$
 - a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
Préciser sa raison et son premier terme.
 - b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n
puis celle de u_n en fonction de n .

TSpé Correction INTERROGATION /10

On donne la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 2 \text{ et } u_{n+1} = 0,7 u_n + 1,8.$$

1) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n \leq u_{n+1} < 6.$$

Posons P_n : " $u_n \leq u_{n+1} < 6$ " pour tout entier naturel n .

Initialisation : $n = 0$ $u_0 = 2$ et $u_1 = 0,7 \times 2 + 1,8 = 3,2$

donc $u_0 \leq u_1 \leq 6$ P_0 est vraie.

Hérédité : Soit un entier naturel k tel que P_k est vrai

c'est-à-dire que $u_k \leq u_{k+1} < 6$.

Démontrons qu'alors P_{k+1} est vraie

c'est-à-dire que $u_{k+1} \leq u_{k+2} < 6$.

$$u_k \leq u_{k+1} < 6 \Leftrightarrow 0,7u_k \leq 0,7u_{k+1} < 4,2$$

$$\Leftrightarrow 0,7u_k + 1,8 \leq 0,7u_{k+1} + 1,8 < 6$$

Donc P_{k+1} est vraie.

Conclusion : P_0 est vraie et P_n est héréditaire

donc P_n est vraie pour tout entier naturel n .

2) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n , par

$$v_n = 6 - u_n.$$

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.

Préciser sa raison et son premier terme.

$$v_{n+1} = 6 - u_{n+1}$$

$$= 6 - 0,7 u_n - 1,8$$

$$= -0,7 u_n + 4,2$$

$$= -0,7 (u_n - 6)$$

$$= 0,7 v_n \text{ donc la suite } (v_n) \text{ est une suite géométrique de}$$

raison $q = 0,7$ et de premier terme $v_0 = 6 - u_0 = 6 - 2 = 4$

b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n

puis celle de u_n en fonction de n .

$$v_n = v_0 \times q^n = 4 \times 0,7^n \text{ et } u_n = 6 - v_n = 6 - 4 \times 0,7^n$$

TSpé Correction INTERROGATION /10

On donne la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 2 \text{ et } u_{n+1} = 0,3 u_n + 3,5.$$

1) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n \leq u_{n+1} < 5.$$

Posons P_n : " $u_n \leq u_{n+1} < 5$ " pour tout entier naturel n .

Initialisation : $n = 0$ $u_0 = 2$ et $u_1 = 0,3 \times 2 + 3,5 = 4,1$

donc $u_0 \leq u_1 \leq 5$ P_0 est vraie.

Hérédité : Soit un entier naturel k tel que P_k est vrai

c'est-à-dire que $u_k \leq u_{k+1} < 5$.

Démontrons qu'alors P_{k+1} est vraie

c'est-à-dire que $u_{k+1} \leq u_{k+2} < 5$.

$$u_k \leq u_{k+1} < 5 \Leftrightarrow 0,3u_k \leq 0,3u_{k+1} < 1,5$$

$$\Leftrightarrow 0,3u_k + 3,5 \leq 0,3u_{k+1} + 3,5 < 5$$

Donc P_{k+1} est vraie.

Conclusion : P_0 est vraie et P_n est héréditaire

donc P_n est vraie pour tout entier naturel n .

2) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n , par

$$v_n = 5 - u_n.$$

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.

Préciser sa raison et son premier terme.

$$v_{n+1} = 5 - u_{n+1}$$

$$= 5 - 0,3 u_n - 3,5$$

$$= -0,3 u_n + 1,5$$

$$= -0,3 (u_n - 5)$$

$$= 0,3 v_n \text{ donc la suite } (v_n) \text{ est une suite géométrique de}$$

raison $q = 0,3$ et de premier terme $v_0 = 5 - u_0 = 5 - 2 = 3$

b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n

puis celle de u_n en fonction de n .

$$v_n = v_0 \times q^n = 3 \times 0,3^n \text{ et } u_n = 5 - v_n = 5 - 3 \times 0,3^n$$