

I. Suites numériques : vocabulaire et définitions :

1) Définition :

Une suite numérique u est une fonction définie de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$, qui, à tout entier naturel n , associe son image $u(n)$.

$$u : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$n \longmapsto u(n)$$

Pour simplifier l'écriture, on a choisi de noter u_n (se lit "u indice n") à la place de $u(n)$.

2) Remarques :

Quand une suite est définie sur $\mathbb{N}$, le premier entier ayant une image par u est $n = \dots\dots\dots$

On dira que le premier terme de la suite est $\dots\dots\dots$

u_1 sera alors le $\dots\dots\dots$ terme de la suite,

u_2 sera le $\dots\dots\dots$ terme de la suite,

u_8 sera le $\dots\dots\dots$ terme de la suite etc...

Quand une suite est définie sur $\mathbb{N}^*$ ou $\mathbb{N} - \{0\}$, le premier entier ayant une image par u est $n = \dots\dots\dots$

On dira que le premier terme de la suite est $\dots\dots\dots$.

ATTENTION ! Dans ce cas, $\dots\dots\dots$ n'existe pas !

u_2 sera alors le $\dots\dots\dots$ terme de la suite,

u_3 sera le $\dots\dots\dots$ terme de la suite,

u_{12} sera le $\dots\dots\dots$ terme de la suite etc...

Dans la phrase " u_9 est le dixième terme de la suite, on a $u_9 = 20$ ",

9 est l'..... du terme

10 est le du terme, la position du terme dans la suite

20 est la du terme u_9

Exemple : Soit (u_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$. Son premier terme vaut 10.

1) Quel est l'indice du premier terme ? $\dots\dots\dots$

2) Quelle égalité peut-on alors écrire ? $\dots\dots\dots$

3) On donne alors les termes suivants : 12 ; 14 ; 16 ; 18 ; 20 ; 22 ; 24.

a) Combien vaut u_5 ? $\dots\dots\dots$

b) Combien vaut le quatrième terme ? $\dots\dots\dots$

c) De quel terme 22 est-il la valeur ? $\dots\dots\dots$

3) Vocabulaire et notation :

L'ensemble des termes d'une suite, et par extension, la suite elle-même, est noté (u_n) .

Une suite est en général nommée avec les lettres u , v ou w .

Si u_n est un terme de la suite (u_n) , le terme précédent se notera u_{n-1} et le terme suivant u_{n+1} .

Par exemple, le terme précédent u_5 est et le terme suivant u_5 est

u_4 , u_5 et u_6 sont des termes (des termes qui).

Une suite numérique n'est qu'une suite de nombres qui ont un lien entre eux et qui sont rangés dans un ordre précis.

Exemple : On donne les 4 premiers termes d'une suite (u_n) .

2 ; 6 ; 18 ; 54

1) Trouver le lien qui existe entre eux.

2) Donner le cinquième et le huitième terme.

II. Mode de génération d'une suite :

La plupart des suites ne sont pas définies par la donnée de leurs premiers termes...

1) Suite définie par une formule explicite:

Une suite (u_n) sera définie de manière explicite si il existe une fonction f telle que, pour tout entier naturel n , $u_n = f(n)$.

Exemple : (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 3n - 2$.

Cela signifie que $f(n) = \dots\dots\dots$

Si on veut calculer u_5 , il suffit de calculer $\dots\dots\dots$

Et $\dots\dots\dots$ donc $u_5 = \dots\dots\dots$

Avantage de ce type de définition :

On peut calculer n'importe quel terme, sans forcément connaître les précédents !

2) Suite définie par une formule de récurrence :

Une suite (u_n) sera définie par récurrence si on donne son premier terme et une relation permettant de calculer le terme suivant à partir du ou des termes précédents.

Exemple : (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n + 5$.

Cela signifie que pour calculer un terme, il faut

Si on veut calculer u_1 , il suffit de calculerdonc

$u_1 =$

Si on veut calculer u_2 , il suffit de calculer

donc $u_2 =$

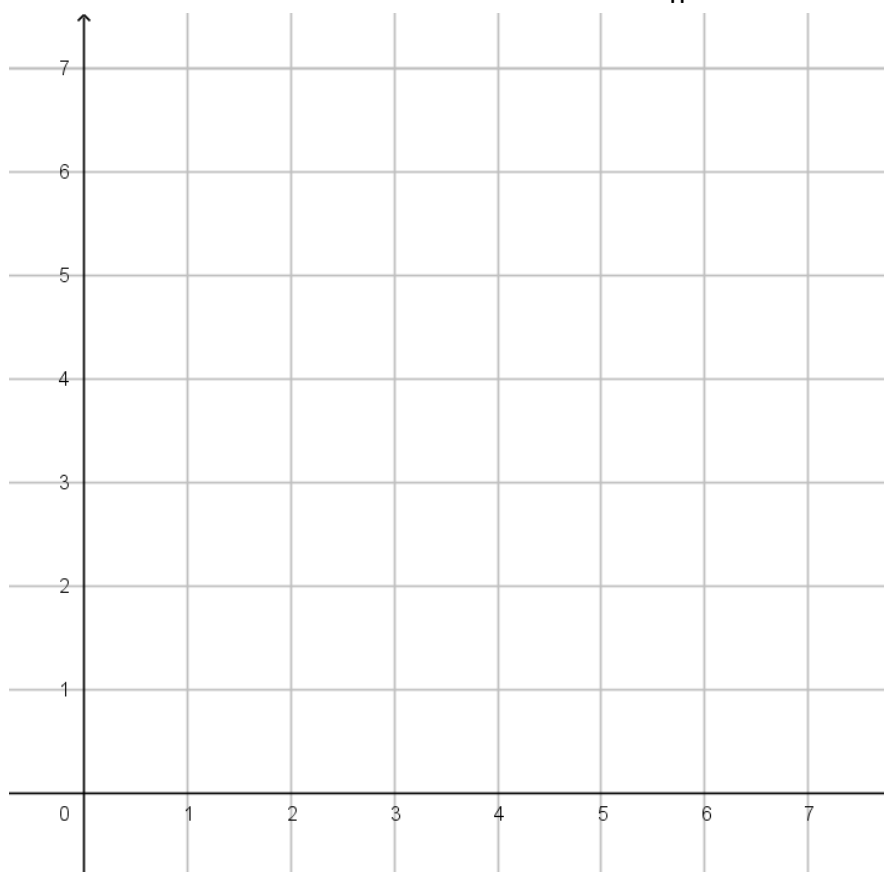
Inconvénient de ce type de définition :

Quand on veut calculer un terme, il faut forcément connaître les précédents !

III. Représentation graphique d'une suite :

Dans un repère du plan, on représente une suite en plaçant les points M_n de coordonnées $(n ; u_n)$. On obtient alors une représentation graphique appelée nuage de points.

Exemple : Dans le repère orthonormé ci-dessous, représenter les six premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout entier n par : $u_n = \frac{3}{n} + 2$.



Points :

IV. Sens de variation d'une suite:

1) Définitions:

Une suite (u_n) est dite croissante si $u_{n+1} > u_n$ pour tout entier naturel n .

Une suite (u_n) est dite décroissante si $u_{n+1} < u_n$ pour tout entier naturel n .

2) Conséquence:

Une suite (u_n) sera croissante si $u_{n+1} - u_n > 0$ pour tout entier naturel n .

Une suite (u_n) sera décroissante si $u_{n+1} - u_n < 0$ pour tout entier naturel n .

3) Méthodes pour donner le sens de variations d'une suite :

• Graphiquement :

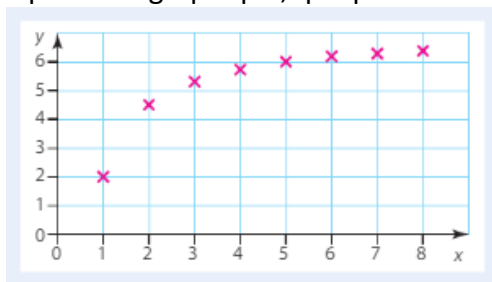
On ne peut qu'énoncer une conjecture lorsque l'on voit la représentation graphique d'une suite.

• Par le calcul :

Pour démontrer que $u_{n+1} < u_n$ ou que $u_{n+1} > u_n$, on va calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ puis étudier son signe. Pour ce faire, il faudra résoudre l'inéquation $u_{n+1} - u_n > 0$ ou étudier directement le signe de $u_{n+1} - u_n$ (si celui-ci est simple).

Exemples :

1) A partir du graphique, que peut-on conjecturer du sens de variation de la suite (u_n) ?



Il semblerait que la suite (u_n) soit croissante.

2) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul

par $u_n = \frac{2n-1}{n}$.

V. Utilisation de la calculette :

La calculette peut calculer les termes d'une suite et représenter le nuage de points.

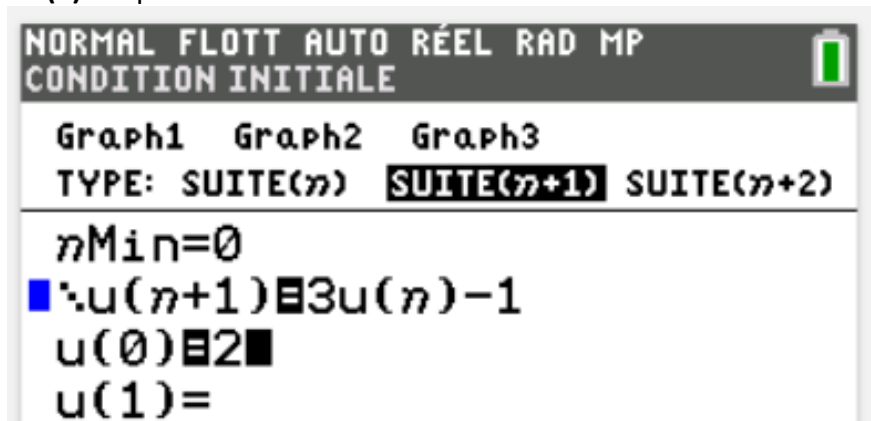
Exemple : Déterminer les 5 premiers termes de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n - 1$.

- Se mettre en mode suite : **MODE** puis **SUITE** (sur la 4^è ligne)
- Dans le menu $f(x)$ sélectionner **SUITE(n+1)**

nMin(contient la valeur du premier indice n) mettre 0

$u(n+1)=3 \times u(n) - 1$ u avec la touche 2^{nde} 7 et n avec la touche x, T, θ, n

$u(0)=2$ puis ENTRER



Dans la **table**, on trouve les valeurs de tous les termes et dans **graphe** on voit le nuage de points.

NORMAL FLOTT AUTO APP SUR + POUR ΔT	
n	u
0	2
1	5
2	14
3	41
4	122
5	365
6	1094
7	3281
8	9842
9	29525
10	88574

