

I. Les ensembles de nombres

a) **Les entiers naturels** : Les entiers naturels sont les entiers positifs et 0.

Par exemple, 0, 1, 2 et 5676 sont des entiers naturels. Par contre -45 n'en est pas un.
Il existe une infinité d'entiers naturels. L'ensemble des entiers naturels est noté $\mathbb{N}$.

b) **Les entiers relatifs** : Ce sont des entiers naturels précédés ou non du signe "-".

L'ensemble des entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$. -3 et 3 sont des entiers relatifs opposés.

c) **Les nombres décimaux** : Un nombre décimal est un nombre dit « à virgule », c'est le quotient (ou le produit) d'un entier relatif par une puissance de 10.

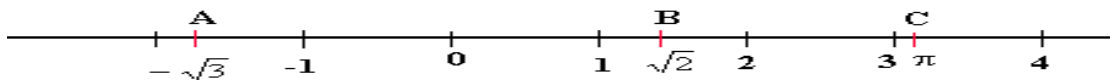
Il est de la forme $\frac{a}{10^n}$ ou $a \times 10^{-n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.

L'ensemble des nombres décimaux est noté $\mathbb{D}$.

d) **Les nombres rationnels** : Un nombre rationnel est le quotient de deux entiers relatifs.

L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.

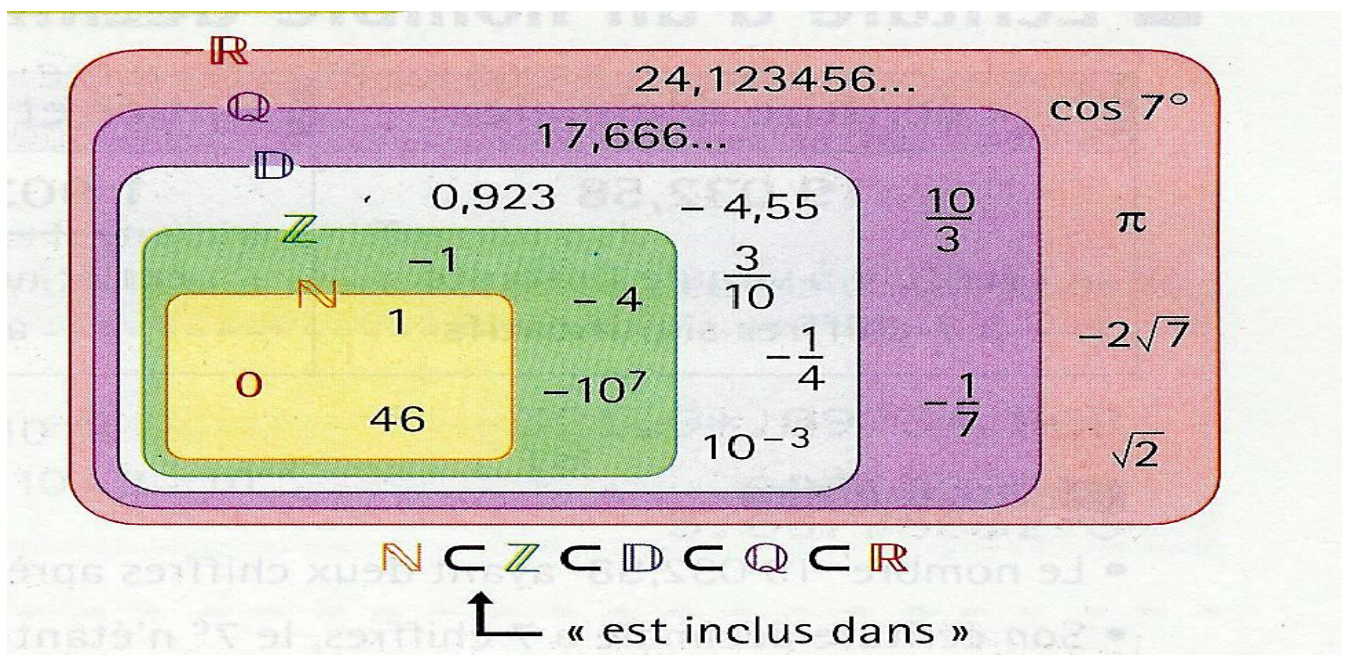
e) **Les nombres réels** : L'ensemble des **nombres réels** est l'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée appelée droite numérique. Il est noté $\mathbb{R}$.



Sur ce dessin, le point A a pour abscisse $-\sqrt{3}$ alors que les nombres réels positifs $\sqrt{2}$ et π sont les abscisses des points B et C, on note $A(-\sqrt{3})$, $B(\sqrt{2})$ et $C(\pi)$.

Remarque : Certains nombres réels, par exemple, $\sqrt{3}$, π ou $\cos(7^\circ)$, ne peuvent pas s'écrire comme le quotient de deux entiers relatifs : ce sont des nombres **irrationnels**.

A RETENIR :



Exemples:

	N	Z	ID	Q	R
$-\frac{7}{2}$					
$4,5 \times 10^6$					
$-\sqrt{81}$					
$2\pi+1$					
$\sqrt{3}$					
$\frac{5}{3}$					
$\frac{30}{3}$					
$(-3)^3$					

⌘

Utilisation du symbole $\in$ ou $\notin$:

$-12 \dots\dots\dots \mathbf{Z}$; $\frac{1}{3} \dots\dots\dots \mathbf{Z}$; $(-2)^2 \dots\dots\dots \text{ID}$; $\sqrt{5} \dots\dots\dots \text{IN}$

II. Arithmétique :

Définition : Soit a et b deux entiers relatifs.

On dit que b est un **multiple** de a, ou que a est un **diviseur** de b
s'il existe un entier relatif k tel que $b=k \times a$.

Exemples : 36 est un multiple de 12, puisque $36=3 \times 12$.
15 est un diviseur de 45 car $45 = 3 \times 15$

Proposition : Si m et n sont deux multiples de a, alors $m + n$ est un multiple de a.

Démonstration :

Définitions :

- Un nombre entier est **pair** s'il est divisible par 2. Il s'écrit donc $n = 2k$, avec k un entier.
- Un nombre entier est **impair** s'il n'est pas divisible par 2. Il s'écrit alors $n = 2k + 1$, avec k un entier.

Propositions : $\square$ Soit n un entier. n^2 est pair si et seulement si n est pair.

$\square$ Soit n un entier. n^2 est impair si et seulement si n est impair.

Démonstration :

$\square$

Définition : Un nombre entier relatif n est **premier** s'il est différent de 1 et admet exactement deux diviseurs positifs, 1 et lui-même.

Exemples : 7 est un nombre premier mais 15 ne l'est pas, car ses diviseurs positifs sont 1, 3 et 5.

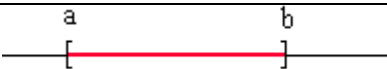
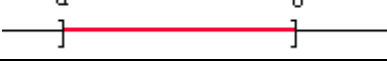
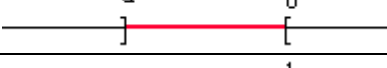
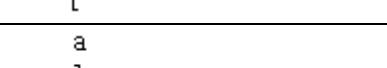
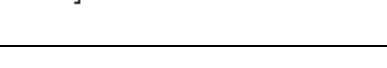
Propriété : Soit n un entier naturel. Si n n'est pas un entier premier alors il existe au moins un entier premier p diviseur de n tel que p soit compris entre 2 et $\sqrt{n}$

*Exemple : 39 n'est pas un nombre premier : $\sqrt{39} \approx 6,2$
39 admet au moins un diviseur inférieur ou égal à 6 : $39 = 3 \times 13$*

III. Les intervalles

Les intervalles réels sont des parties de $\mathbb{R}$

Dans le tableau ci-dessous, a et b sont deux réels tels que $a \leq b$.

Notation	Représentation sur la droite réelle	Ensemble des réels x tels que
$[a ; b]$		$a \leq x \leq b$
$[a ; b[$		$a \leq x < b$
$]a ; b]$		$a < x \leq b$
$]a ; b[$		$a < x < b$
$] - \infty ; b]$		$x \leq b$
$] - \infty ; b[$		$x < b$
$[a ; +\infty[$		$a \leq x$
$]a ; +\infty[$		$a < x$

Remarques :

Le fait de dire qu'un intervalle est ouvert en b signifie que le réel b ne fait pas partie de celui-ci.

Par contre, s'il y avait été fermé alors il en aurait fait partie.

Les deux réels qui délimitent un intervalle sont appelés bornes de l'intervalle.

La notation $+\infty$ se lit "plus l'infini". Les intervalles sont toujours ouverts du côté de $-\infty$ ou $+\infty$.

$\mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$

Si un intervalle est réduit à un seul nombre réel a on le note $\{a\}$. L'ensemble vide se note $\emptyset$.

Réunion et intersection d'intervalles :

On note $I \cap J$ l'intersection des deux intervalles I et J .

Elle contient tous les nombres réels qui sont à la fois dans I et dans J .

On note $I \cup J$ la réunion des deux intervalles I et J .

Elle contient tous les nombres réels qui sont soit dans I soit dans J .

Exemple : $I =]-\infty ; 5]$ et $J =]-2 ; 18[$ $I \cap J =]-2 ; 5]$ et $I \cup J =]-\infty ; 18[$.

Exercice 1:

Compléter le tableau suivant (les réponses seront données, si possible, sous forme d'un intervalle)

A	B	$A \cap B$	$A \cup B$
$] -\infty ; 4]$	$] 3 ; 10]$		
$] -\infty ; 4]$	$] 4 ; 9]$		
$] -8 ; -4]$	$[-6 ; 4]$		
$] -5 ; +\infty [$	$[-10 ; 8]$		
$] -\infty ; 15]$	$[7 ; +\infty [$		

Résoudre :

1) $2x - 1 \leq 2$

2) $2 - x \geq 5$

3) $4x + 7 > 9$

4) $x - 7 < 3x + 3$