2^{nde} Fiche d'exercices Résolutions de systèmes et de problèmes

Exercice 1:

Résoudre les systèmes, par le calcul, en utilisant la méthode de votre choix.

$(S_1) : \begin{cases} 3x + y = 2 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$ $(S_2) : \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 3x - 5y = -19 \end{cases}$ $(S_3) : \begin{cases} -7x + 3y - 15 = 0 \\ 3x + 5y - 16 = 0 \end{cases}$ $(S_4) : \begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = -5x + 8 \end{cases}$

$(S_5) : \begin{cases} 7x + 4y - 8 = 0 \\ -14x - 8y - 6 = 0 \end{cases}$ $(S_6) : \begin{cases} -6x + y + 1 = 0 \\ 3x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$ $(S_7) : \begin{cases} -x + 3y - 8 = 0 \\ 2x - 6y + 16 = 0 \end{cases}$ $(S_8) : \begin{cases} 4x - 3y = -17 \\ 5x + 2y = -4 \end{cases}$

$(S_9) : \begin{cases} -6x + 10y = 2 \\ 3x - 5y = -19 \end{cases}$ $(S_{10}) : \begin{cases} -8x + 3y - 17 = 0 \\ 5x + 7y - 16 = 0 \end{cases}$ $(S_{11}) : \begin{cases} 7x - 4y + 8 = 0 \\ -x - 5y + 27 = 0 \end{cases}$ $(S_{12}) : \begin{cases} 2x - y = -5 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$

Exercice 2:

Pour partir en vacances au ski, la famille GLISSE loue dans un magasin de sport , durant la semaine, 4 paires de ski et 4 casques. Dans ce même magasin , la famille NEIGE loue, pour la semaine, 2 paires de ski et 5 casques . Pour la semaine, La famille GLISSE paie 340€ et la famille NEIGE paie 215€
Ecrire un système d'équations traduisant les données afin de connaitre, le prix de la location, pour une semaine d'une paire de ski et d'un casque.

Exercice 3:

Dans un restaurant, un couple commande 1 pizza et 2 jus de fruit et paye 11 euros. A la table voisine, des amis commandent 5 pizzas et 9 jus de fruit et payent 53 euros. Toutes les pizzas sont au même prix. Tous les jus de fruit sont au même prix. On appelle x le prix en euros d'une pizza et y le prix en euros d'un jus de fruit.
1) Ecrire un système d'équations traduisant les données.
2) Calculer le prix d'une pizza et celui d'un jus de fruit.

Exercice 4:

Un troupeau de chameaux et de dromadaires vient se désaltérer dans une oasis. On compte 12 têtes et 17 bosses. Combien ce troupeau compte-t-il de chameaux et de dromadaires ?

Exercice 5 :

Don Juan veut offrir un bouquet de fleurs. Le fleuriste lui propose :
- un bouquet composé de 5 jonquilles et 7 roses, pour un prix total de 24 € ;
- un bouquet composé de 8 jonquilles et 6 roses, pour un prix total de 25,40 €.

Calculer le prix d'une jonquille et celui d'une rose.

CORRECTION

Exercice 1:

$(S_1) : \begin{cases} 3x + y = 2 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$

$a \times b' = 3 \times 2 = 6$ et $a' \times b = -5 \times 1 = -5$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1ère équation par 2

$\begin{cases} 6x + 2y = 4 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$

On soustrait membre à membre

$11x = 11 \Leftrightarrow x = \dfrac{11}{11} = 1$

On remplace x par 1 dans la 1ère équation

$3 + y = 2 \Leftrightarrow y = -1$

$S = \{ (1 ; -1) \}$

$(S_2) : \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ 3x - 5y = -19 \end{cases}$

$a \times b' = 2 \times (-5) = -10$ et $a' \times b = 3 \times 4 = 12$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1ère équation par 3 et la 2è équation par 2

$\begin{cases} 6x + 12y = 6 \\ 6x - 10y = -38 \end{cases}$

On soustrait membre à membre

$22y = 44 \Leftrightarrow y = \dfrac{44}{22} = 2$

On remplace y par 2 dans la 1ère équation

$2x + 8 = 2 \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow x = -3$

$S = \{ (-3 ; 2) \}$

$(S_3) : \begin{cases} -7x + 3y - 15 = 0 \\ 3x + 5y - 16 = 0 \end{cases}$

$a \times b' = -7 \times 5 = -35$ et $a' \times b = 3 \times 3 = 9$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1ère équation par 3 et la 2è équation par 7

$\begin{cases} -21x + 9y - 45 = 0 \\ 21x + 35y - 112 = 0 \end{cases}$

On additionne membre à membre

$44y - 157 = 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{157}{44}$

On remplace y par $\dfrac{157}{44}$ dans la 2è équation

$3x + 5 \times \dfrac{157}{44} - 16 = 0 \Leftrightarrow 3x = -\dfrac{81}{44}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{27}{44}$

$S = \{ (\dfrac{27}{44} ; \dfrac{157}{44}) \}$

$(S_4) : \begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = -5x + 8 \end{cases}$

$3 \neq -5$ donc 1 solution

Par comparaison

$3x + 2 = -5x + 8$

$3x + 5x = 8 - 2$

$8x = 6$

$x = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$

$y = 3 \times \dfrac{3}{4} + 2 = \dfrac{9}{4} + 2 = \dfrac{17}{4}$

$S = \{ (\dfrac{3}{4} ; \dfrac{17}{4}) \}$

$(S_6) : \begin{cases} -6x + y + 1 = 0 \\ 3x - 4y + 3 = 0 \end{cases}$

$a \times b' = -6 \times (-4) = 24$ et $a' \times b = 3 \times 1 = 3$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 2è équation par 2

$\begin{cases} -6x + y + 1 = 0 \\ 6x - 8y + 6 = 0 \end{cases}$

On additionne membre à membre

$-7y + 7 = 0 \Leftrightarrow y = 1$

On remplace y par 1 dans la 1ère équation

$-6x + 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow -6x = -2 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{3}$

$S = \{ (3 ; \dfrac{1}{3}) \}$

$(S_5) : \begin{cases} 7x + 4y - 8 = 0 \\ -14x - 8y - 6 = 0 \end{cases}$

$a \times b' = 7 \times (-8) = -56$ et $a' \times b = -14 \times 4 = -56$

donc les droites sont parallèles.

$b \times c' = 4 \times (-6) = -24$ et $b' \times c' = -8 \times (-8) = 64$

donc les droites sont strictement parallèles

$S = \varnothing$

$(S_7) : \begin{cases} -x + 3y - 8 = 0 \\ 2x - 6y + 16 = 0 \end{cases}$

$a \times b' = -1 \times (-6) = 6$ et $a' \times b = 2 \times 3 = 6$

donc les droites sont parallèles.

$b \times c' = 3 \times 16 = 48$ et $b' \times c' = -6 \times (-8) = 48$

donc les droites sont confondues.

Le système admet une infinité de solutions, tous les couples de coordonnées des points de la droite d'équation $-x + 3y - 8 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$

$(S_8) : \begin{cases} 4x - 3y = -17 \\ 5x + 2y = -4 \end{cases}$

$a \times b' = 4 \times 2 = 8$ et $a' \times b = 5 \times (-3) = -15$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1ère équation par 2

et la 2è équation par 3

$\begin{cases} 8x - 6y = -34 \\ 15x + 6y = -12 \end{cases}$

On additionne membre à membre

$23x = -46 \Leftrightarrow x = -\frac{46}{23} = -2$

On remplace x par -2 dans la 2è équation

$5 \times (-2) + 2y = -4 \Leftrightarrow 2y = 6 \Leftrightarrow y = 3$

$S = \{ (-2 ; 3) \}$

$(S_9) : \begin{cases} -6x + 10y = 2 \\ 3x - 5y = -19 \end{cases}$

$a \times b' = (-6) \times (-5) = 30$

et $a' \times b = 3 \times 10 = 30$

donc les droites sont parallèles.

$b \times c' = 10 \times 19 = 190$

et $b' \times c' = -5 \times (-2) = 10$

donc les droites sont strictement parallèles

$S = \varnothing$

$(S_{11}) : \begin{cases} 7x - 4y + 8 = 0 \\ -x - 5y + 27 = 0 \end{cases}$

$a \times b' = 7 \times (-5) = -35$

et $a' \times b = -1 \times (-4) = 4$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 2è équation par 7

$\begin{cases} 7x - 4y + 8 = 0 \\ -7x - 35y + 189 = 0 \end{cases}$

On additionne membre à membre

$-39y + 197 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{197}{39}$

On remplace y par $\frac{197}{39}$ dans la 2è équation

$-x - 5 \times \frac{197}{39} + 27 = 0 \Leftrightarrow -x = -\frac{68}{39} \Leftrightarrow x = \frac{68}{39}$

$S = \{ (\frac{68}{39} ; \frac{197}{39}) \}$

$(S_{10}) : \begin{cases} -8x + 3y - 17 = 0 \\ 5x + 7y - 16 = 0 \end{cases}$

$a \times b' = -8 \times 7 = -56$ et $a' \times b = 5 \times 3 = 15$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1ère équation par 5 et la 2è par 8

$\begin{cases} -40x + 15y - 85 = 0 \\ 40x + 56y - 128 = 0 \end{cases}$

On additionne membre à membre

$71y - 213 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{213}{71} = 3$

On remplace y par 3 dans la 1ère équation

$-8x + 3 \times 3 - 17 = 0 \Leftrightarrow -8x = 8 \Leftrightarrow x = -1$

$S = \{ (-1 ; 3) \}$

$(S_{12}) : \begin{cases} 2x - y = -5 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$

$a \times b' = 2 \times 3 = 6$ et $a' \times b = 8 \times (-1) = -8$

donc 1 seule solution

Par combinaisons linéaires

On multiplie la 1ère équation par 3

$\begin{cases} 6x - 3y = -15 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$

On additionne membre à membre

$14x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{14} = -\frac{1}{2}$

On remplace x par $-\frac{1}{2}$ dans la 1ère équation

$2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - y = -5 \Leftrightarrow -y = -5 + 1 = -4 \Leftrightarrow y = 4$ $S = \{ (-\frac{1}{2} ; 4) \}$

Exercice 2:

Pour partir en vacances au ski, la famille GLISSE loue dans un magasin de sport , durant la semaine, 4 paires de ski et 4 casques. Dans ce même magasin , la famille NEIGE loue, pour la semaine, 2 paires de ski et 5 casques . Pour la semaine, La famille GLISSE paie 340€ et la famille NEIGE paie 215€
Ecrire un système d'équations traduisant les données afin de connaitre, le prix de la location, pour une semaine d'une paire de ski et d'un casque.

x est le prix de la location, pour une semaine d'une paire de ski.
y est le prix de la location, pour une semaine d'un casque.

$\begin{cases} 4x + 4y = 340 \\ 2x + 5y = 215 \end{cases}$ ab' = 4 × 5 = 20 et a'b = 2 × 4 = 8 donc une seule solution.

On multiplie par 2 la 2è équation.

$\begin{cases} 4x + 4y = 340 \\ 4x + 10y = 430 \end{cases}$

On soustrait membre à membre

$-6y = -90 \Leftrightarrow y = 15$

On remplace y par 15 dans $2x + 5y = 215$.

$2x + 75 = 215 \Leftrightarrow 2x = 140 \Leftrightarrow x = 70$.

S={ (70 ; 15) }

Le prix de la location, pour une semaine, d'une paire de ski est 70€ et d'un casque 15€.

Exercice 3:

Dans un restaurant, un couple commande 1 pizza et 2 jus de fruit et paye 11 euros. A la table voisine, des amis commandent 5 pizzas et 9 jus de fruit et payent 53 euros. Toutes les pizzas sont au même prix. Tous les jus de fruit sont au même prix. On appelle x le prix en euros d'une pizza et y le prix en euros d'un jus de fruit.

1) Ecrire un système d'équations traduisant les données.

$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 5x + 9y = 53 \end{cases}$

2) Calculer le prix d'une pizza et celui d'un jus de fruit.

ab' = 1 × (– 9) = – 9 et a'b = 5 × 2 = 10 donc une seule solution.

On multiplie par 5 la 1ère équation.

$\begin{cases} 5x + 10y = 55 \\ 5x + 9y = 53 \end{cases}$

On soustrait membre à membre

$y = 2$

On remplace y par 2 dans $x + 2y = 11$.

$x + 4 = 11 \Leftrightarrow x = 7$.

S={ (7 ; 2) }

Le prix d'une pizza est de 7€ et celui d'un jus de fruit de 2€.

Exercice 4:

Un troupeau de chameaux et de dromadaires vient se désaltérer dans une oasis. On compte 12 têtes et 17 bosses. Combien ce troupeau compte-t-il de chameaux et de dromadaires ?
Posons x le nombre de chameaux et y le nombre de dromadaires.
Un chameau a une tête et deux bosses, un dromadaire a une tête et une bosse.

$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$ ab' = 1 × 1 = 1 et a'b = 2 × 1 = 2 donc une seule solution.

On soustrait membre à membre

$-x = -5 \Leftrightarrow x = 5$

On remplace x par 5 dans la première équation

$5 + y = 12 \Leftrightarrow y = 7$

S = { (5 ; 7) } donc le troupeau comporte 5 chameaux et 7 dromadaires.

Exercice 5 :

Don Juan veut offrir un bouquet de fleurs. Le fleuriste lui propose :

- un bouquet composé de 5 jonquilles et 7 roses, pour un prix total de 24 € ;
- un bouquet composé de 8 jonquilles et 6 roses, pour un prix total de 25,40 €.

Calculer le prix d'une jonquille et celui d'une rose.

Posons x le nombre de jonquilles et y le nombre de roses.

$\begin{cases} 5x + 7y = 24 \\ 8x + 6y = 25{,}40 \end{cases}$ ab' = 5 × 6 = 30 et a'b = 8 × 7 = 56 donc une seule solution.

On multiplie la première équation par 8 et la deuxième par 5

$\begin{cases} 40x + 56y = 192 \\ 40x + 30y = 127 \end{cases}$

On soustrait membre à membre

$26y = 65 \Leftrightarrow y = \dfrac{65}{26} = 2{,}5$

On remplace y par 2,5 dans la première équation

$5x + 7 \times 2{,}5 = 24 \Leftrightarrow 5x = 6{,}5 \Leftrightarrow x = 1{,}3$

S = { (1,3 ; 2,5) } donc une jonquille coûte 1,30€ et une rose coûte 2,50€.