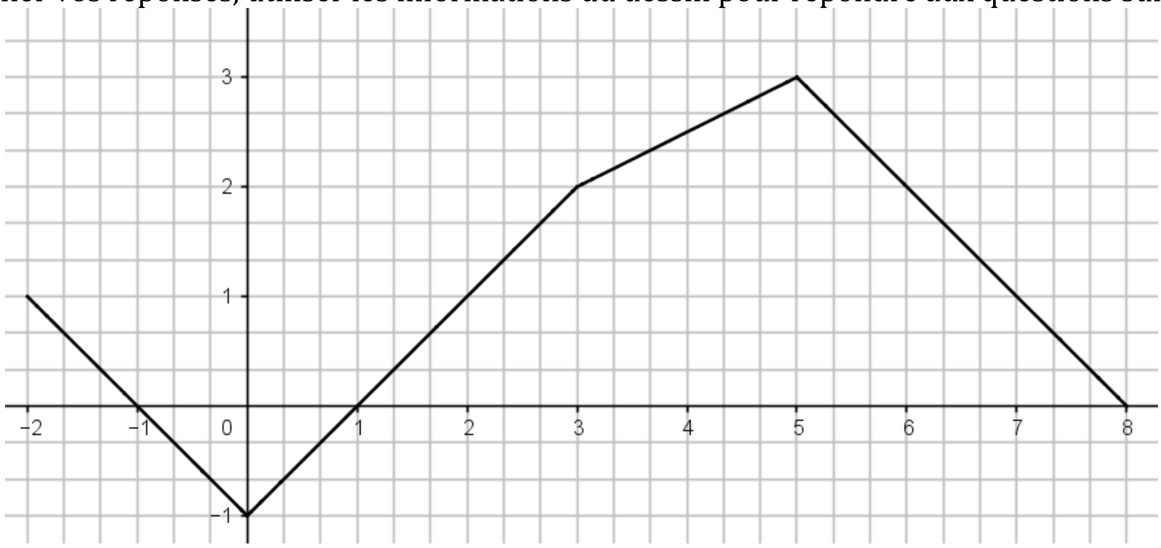
Fiche de révisions pour le DS Commun du mercredi 9 avril 2025

Exercice n°1 : *(/ 5,5 points)*

Dans le repère ci–dessus, on a tracé la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle I =[− 2 ; 8]

Sans justifier vos réponses, utiliser les informations du dessin pour répondre aux questions suivantes :



1. Quel est le maximum de f sur I ? ....
2. Quelle est l'image de $\frac{4}{3}$? ....
3. Quels sont les antécédents de 1 ? ....
4. Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) = 0$? ....
5. Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) = 1$? ....
6. Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) > 2$?..
7. Quelle est l'image de 6 ? ....
8. Compléter le tableau de signe de $f(x)$ sur $[-2; 8]$:

9. Compléter le tableau de variations de f sur [-2;8]:

Tourner la page svp

Exercice n°2: *(/ 5 points)*

La capacité vitale est le volume d'air maximal pouvant être mobilisé en une seule inspiration.
Sur un échantillon de 17 personnes, on a mesuré la capacité vitale (en litres). Voici la liste des résultats :
4,15 - 4,48 - 5,24 - 4,8 - 4,95 - 4,05 - 4,3 - 4,7 - 5,51 - 4,58 - 4,12 - 5,7 - 4,85 - 5,05 - 4,65 - 4,7 - 4,28.

1. Déterminer l'étendue et la moyenne de cette série. Arrondir la moyenne au centilitre près.
(*Pour la moyenne, on utilisera la calculatrice sans explication*)

2. En expliquant la méthode utilisée, déterminer la médiane de cette série.

Exercice n°3 : *(/ 3 points)*

$A = (4x - 3)^2 + 3(4x - 3)(-2x + 7)$

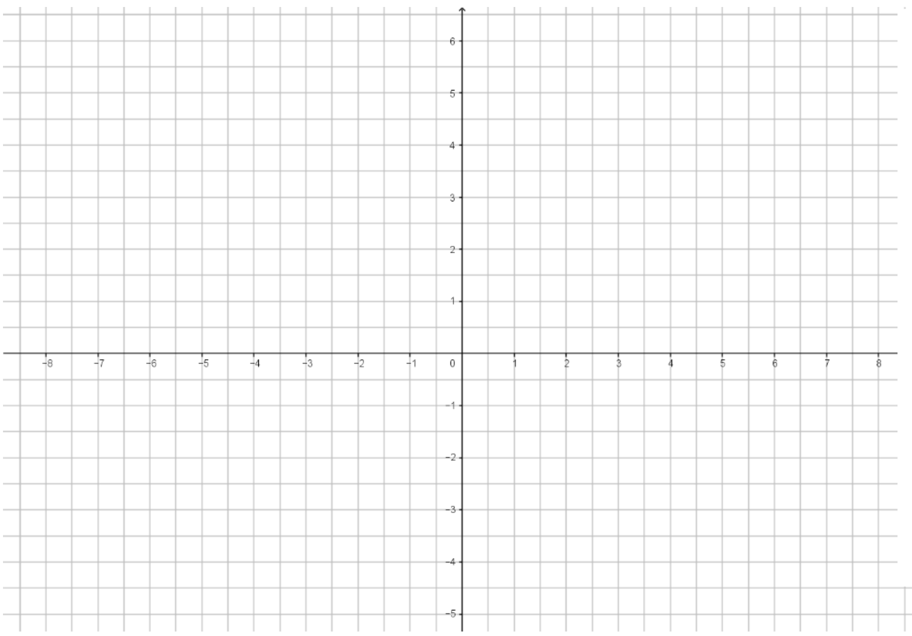
1. Développer, réduire et ordonner A .

2. Factoriser A .

Exercice n°4 : *(/ 6 points)*

Dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan (unité graphique : 1 cm), on donne les points :
$A(-4\,;\,2)$ $B(-1\,;\,6)$ $C(-2\,;\,-1)$ et $D(1\,;\,3)$.

1. Faire un dessin que vous compléterez au cours des différentes questions.



2. *ABDC* est-il un parallélogramme ?

3. *E* est le point symétrique de *B* par rapport à *D*. Calculer les coordonnées de *E*.
En déduire que *ADEC* est un parallélogramme.

4. Soit $H(5; -2)$. Les points *B*, *D* et *H* sont-ils alignés ?

5. Quelle est la nature du triangle BCH ? **Bonus : 3 points**

Tourner la page svp

Exercice n°5 : *(/ 3,5 points)*

Partie A

Voici un algorithme écrit en langage naturel :

1. Si on utilise cette fonction avec la valeur 5 pour X qu'affiche-t-elle ?
   Pour justifier votre réponse, vous indiquerez les valeurs qui sont alors contenues par les variables C et R utilisées dans cette fonction.

2. Même question avec la valeur 40 .

```
Fonction bilan(X)
   C ← X² – 10 X + 500
   R ← 50 X
   Si C < R alors
        B ← R – C
   Sinon
        B ← C – R

   Retourne (B ).
```

Partie B

Un artisan fabrique des vases qu'il met en vente. On suppose que tous les vases fabriqués sont vendus. Chaque vase est vendu 50 euros.
L'artisan veut faire une étude sur la production d'un nombre de vases compris entre 0 et 60.
Il estime que le coût de production de x vases est modélisé par la fonction C dont l'expression est : $C(x) = x^2 - 10x + 500$.
On note $B(x)$ le bénéfice réalisé pour x vases vendus. (Le bénéfice est la différence entre les recettes et les coûts ; lorsqu'il est négatif, cela signifie que l'entreprise perd de l'argent).

1. Justifier que $B(x) = -x^2 + 60x - 500$.

2. Avec la calculatrice, déterminer le nombre de vases que l'artisan doit fabriquer et vendre pour obtenir un bénéfice maximal. Expliquer votre démarche.

Exercice n°6 : *(/ 9 points)*

1. Calculer en détaillant:

$A = \frac{16}{5} \times \frac{25}{8} - \frac{16}{3} \times \frac{5}{8}$

$B = \frac{7}{15}(\frac{3}{7} + \frac{5}{14})$

$C = \left(\frac{2}{5}\right)^2 - \frac{3}{4} \times \frac{8}{5}$

$D = 6\sqrt{12} - 4\sqrt{5} + 5\sqrt{20} - 3\sqrt{27}$

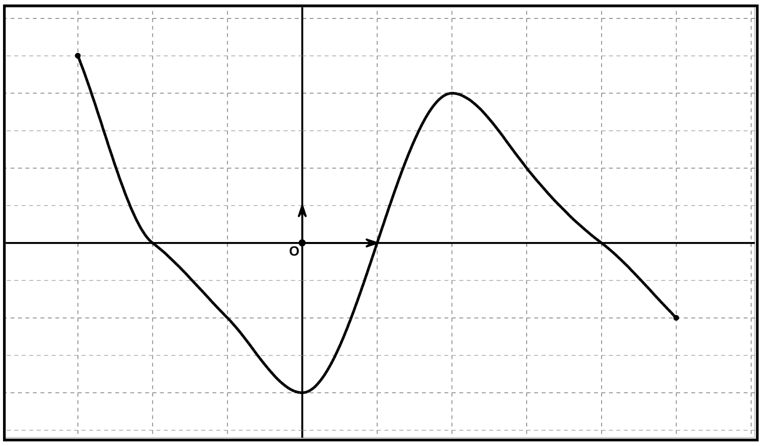
2. Calculer et donner le résultat en notation scientifique

E = $7 \times 10^{-6} \times (4 \times 10^{7})^2 \times 2 \times 10^{9} \times 3 \times 10^{-4}$

$F = \frac{6\times10^{-7}\times9\times10^{5}\times7\times10^{2}}{3\times10^{-4}\times4\times10^{7}}$

Exercice 7:

Voici la courbe représentative d'une fonction f .



Avec la précision permise par des lectures graphiques, compléter (ne pas justifier) :

● La fonction f est définie sur …………………..

● $f(3) =$ ……………

● l'image de 0 vaut ……..

● l'image de ……… est un nombre négatif.

● le réel …….. a exactement 2 antécédents.

● les antécédents de 0 sont …………………………

● sur $[-3 ; 5]$ f a un minimum en ……… de valeur…………..

● sur $[0 ; 5]$ le maximum de f est égal à ……… atteint pour ..…………..

● les solutions de l'équation $f(x) = 3$ sont : …………………………………..

● les solutions de l'équation $f(x) < 0$ sont : …………………………………..

● le tableau de variation de cette fonction f est :

x	
variations de f	

● le tableau de signes de cette fonction f est :

x	
signe de $f(x)$	

Exercice 8:

On donne le tableau de variations d'une fonction f :

x	-2		4		6		10
f (x)		↗	6	↘		↗	4
	4				-2		

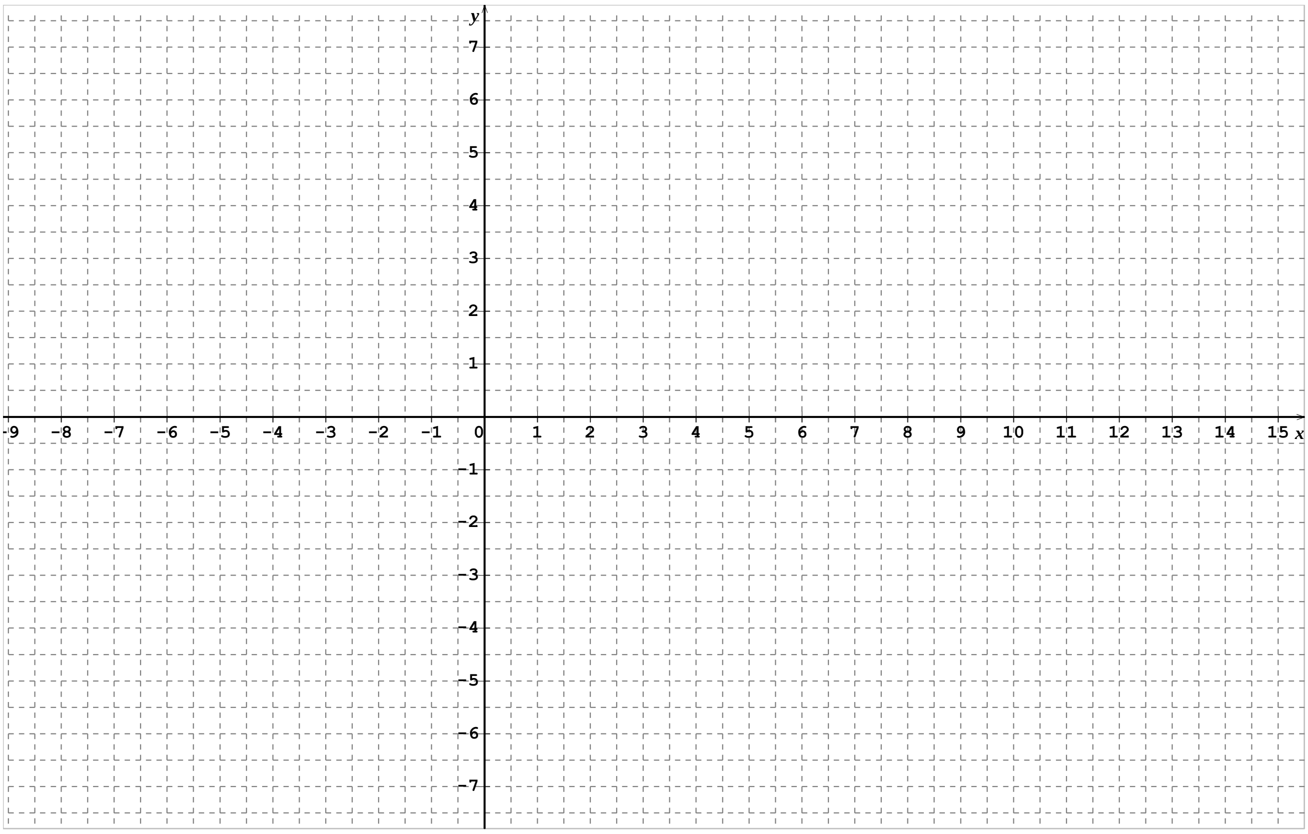
Mettre une croix dans la case correspondante.

QUESTION	Vrai	Faux	Peut-être
4 est l'image de 6			
la fonction f est croissante sur $[4 ; 6]$			
10 est un antécédent de 4			
$f(8) = 3$			
l'équation $f(x) = 4$ a exactement 2 solutions			
le point de coordonnées $(0 ; 2) \in C_f$			

Exercice 9 :

Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les points suivants : $A(2; 5)$, $B(8; 2)$ et $C(-2; -3)$.

On complètera la **figure ci-dessous** au cours de l'exercice.



1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.
2. Placer le point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.
3. Déterminer, *par le calcul*, les coordonnées du point D.
4. On admet que : $AB = \sqrt{45}$ et $AC = \sqrt{80}$.
   - **a.** Calculer la longueur BC.
   - **b.** Prouver que le triangle ABC est rectangle.
5. En déduire, **par une démonstration précise**, la nature exacte du quadrilatère ABDC.
6. Déterminer, *par le calcul*, les coordonnées du point K, milieu de $[BC]$.
7. Construire le point F tel que $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{CA}$ (laisser les traits de construction).
8. Déterminer par le calcul les coordonnées du point F.

Exercice 10 : **Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.**

Partie A *Dans cette partie, des affirmations vous sont proposées. Vous devez déterminer si elles sont vraies ou fausses, en justifiant soigneusement votre réponse (une réponse non justifiée ne rapportera pas de points).*

Proposition 1 : Pour tout nombre réel x, $(x-1)^2 + 5 = x^2 - 2x + 6$

Proposition 2 :
Pour tout nombre réel x, $(3x-1)(3x+1) + (3x-1)(x-4) = (3x-1)(4x-3)$

Proposition 3 : L'équation $x^2 + 1 = 0$ a pour solution $x = -1$

Partie B

Choisir puis résoudre seulement trois équations ou inéquations parmi les cinq proposées.
Pour chacune **des trois choisies***, on précisera clairement l'ensemble des solutions.*

1. $\frac{7}{4}x - 1 = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$

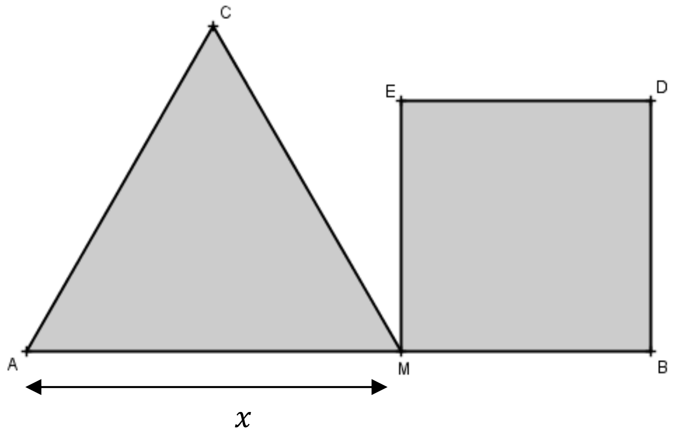
2. $x - 5 - (3x + 1) < 0$

3. $\frac{1}{x} = -3$

4. $x^2 = 3$

5. $(2x - 1)(x + 2) = 0$

Partie C
[AB] est un segment de longueur 10 et M est un point de [AB].
On trace le triangle équilatéral AMC et le carré MBDE comme indiqué sur la figure.



Où placer le point M pour que le périmètre du triangle AMC soit strictement supérieur à celui du carré MBDE ?

Exercice 11 :

Pour votre déménagement, vous devez louer une fourgonnette. Pour cela, vous téléphonez à deux agences de location : *Dakar Autos* et *Mermoz Rent* pour connaitre leurs tarifs :

- Proposition *Dakar Autos* : 50 euros de frais de location et 0,25 euro par kilomètre parcouru.
- Proposition *Mermoz Rent* : Pas de frais de location mais 1,5 euro par kilomètre parcouru.

1. Compléter le tableau suivant (sans justification) :

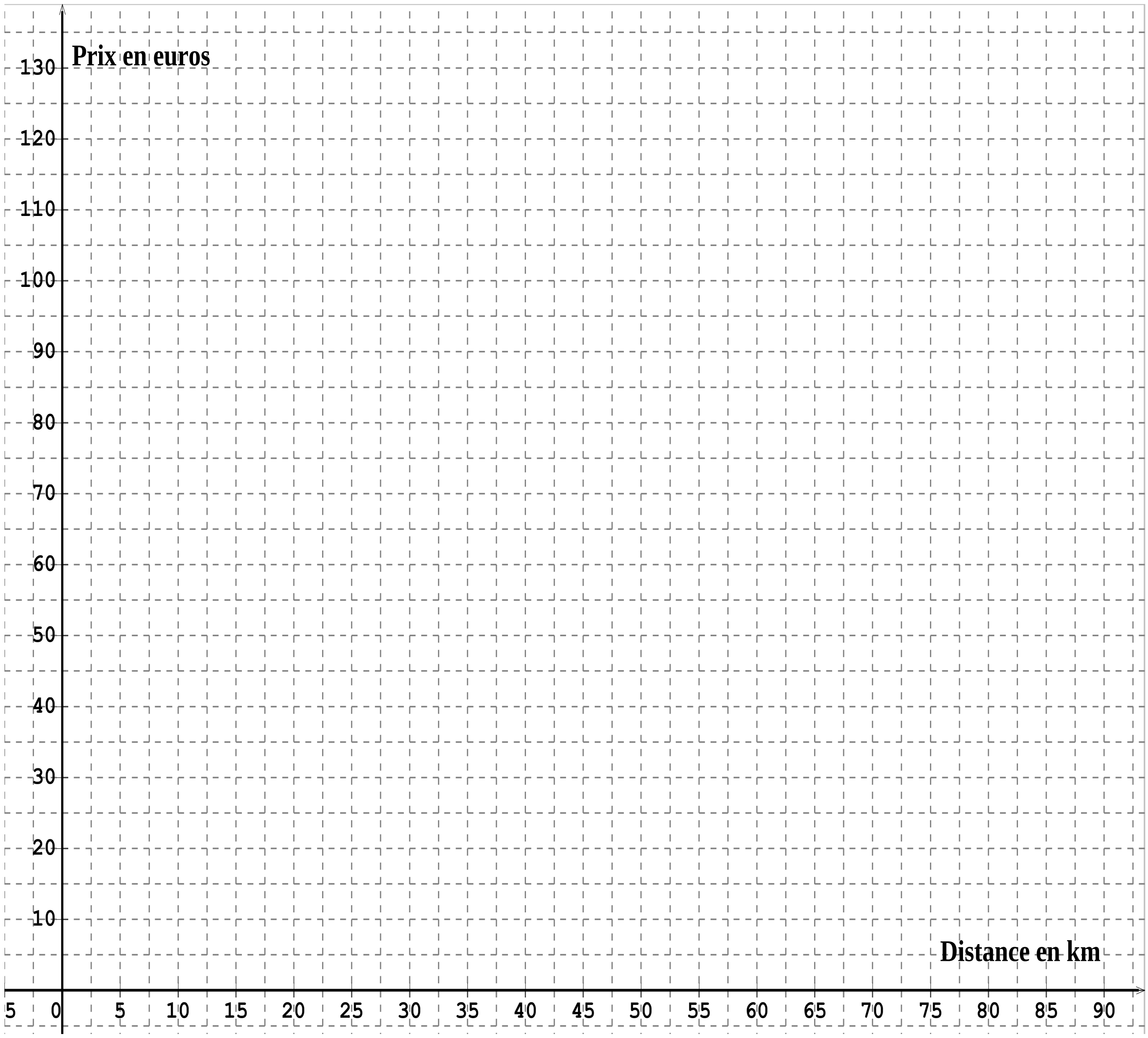
Distance parcourue (en km)	20	30	50
Coût avec l'agence *Dakar Autos* (en euros)			
Coût avec l'agence *Mermoz Rent* (en euros)			

2. Pour x kilomètres parcourus, le coût de la location de fourgonnette est donné par :

   $C_1(x) = 0{,}25\,x + 50$ si on choisit *Dakar Autos* ;

   $C_2(x) = 1{,}5\,x$ si on choisit *Mermoz Rent*.

   Représenter graphiquement les fonctions C_1 et C_2 sur le graphique ci-dessous :



3) a) Donner, en justifiant à l'aide du graphique, la proposition la plus intéressante pour un parcours de 25 km.

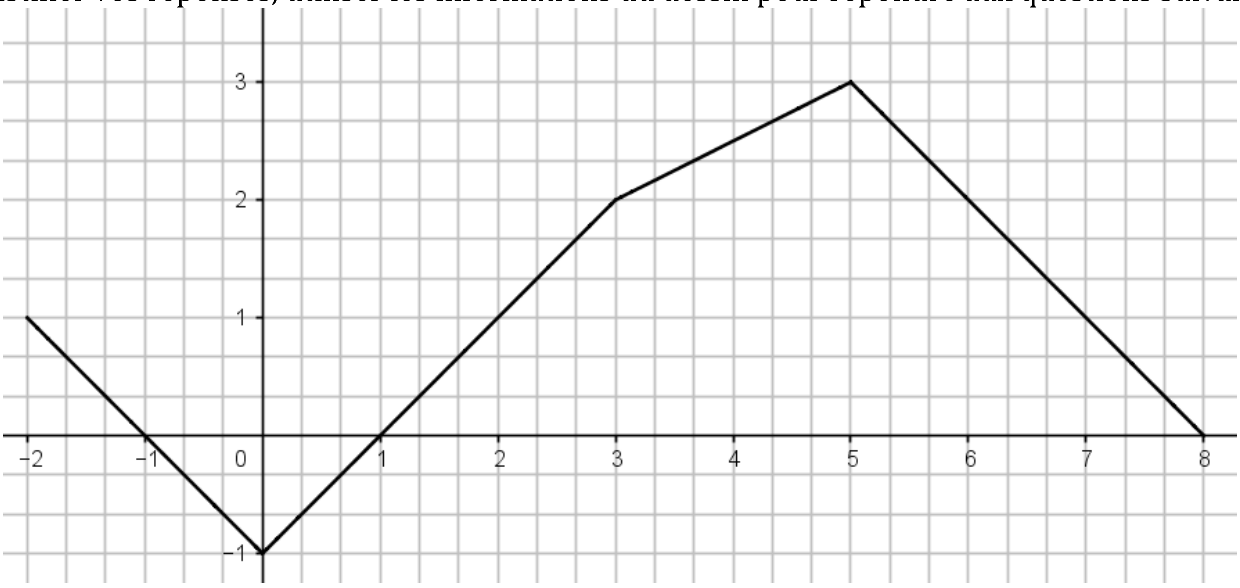
b) Déterminer par le calcul, pour quel kilométrage les propositions sont les mêmes.

CORRECTION

Exercice n°1 : (/ 5,5 points)

Dans le repère ci–dessus, on a tracé la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle I =[− 2 ; 8]

Sans justifier vos réponses, utiliser les informations du dessin pour répondre aux questions suivantes :



1. Quel est le maximum de f sur I ? 3 — 0.25
2. Quelle est l'image de $\frac{4}{3}$? $\frac{1}{3}$ — 0.25
3. Quels sont les antécédents de 1 ? −2 ; 2 et 7 — 0.75
4. Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) = 0$? −1 , 1 et 8. — 0.75
5. Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) = 1$? −2 , 2 et 7 . — 0.75
6. Pour quelles valeurs de $x \in I$ a-t-on $f(x) > 2$? si $\boldsymbol{x} \in]\,2\,;6\,[$ — 0.5
7. Quelle est l'image de 6 ? 2 — 0.25
8. Compléter le tableau de signe de $f(x)$ sur $[-2; 8]$: — 1

x	− 2		− 1		1		8
signe de $f(x)$		+	0	−	0	+	

9. Compléter le tableau de variations de f sur [-2;8]: — 1

x	− 2		0		5		8
variations de f	1	↘	−1	↗	3	↘	0

Tourner la page svp

Exercice n°2: (/ *5 points*)

La capacité vitale est le volume d'air maximal pouvant être mobilisé en une seule inspiration.

Sur un échantillon de 17 personnes, on a mesuré la capacité vitale (en litres). Voici la liste des résultats : 4,15 - 4,48 - 5,24 - 4,8 - 4,95 - 4,05 - 4,3 - 4,7 - 5,51 - 4,58 - 4,12 - 5,7 - 4,85 - 5,05 - 4,65 - 4,7 - 4,28.

1. Déterminer l'étendue et la moyenne de cette série. Arrondir la moyenne au centilitre près. (*Pour la moyenne, on utilisera la calculatrice sans explication*)

   5,7 – 4,05 = 1,65. L'étendue est 1,65. 1

   La calculette donne comme moyenne $\overline{x} \approx 4{,}71$. La moyenne est environ 4,71l. 1

2. En expliquant la méthode utilisée, déterminer la médiane de cette série.

   On classe par ordre croissant les valeurs.

   Il y a 17 valeurs donc la médiane est la 9è valeur c'est-à-dire 4,7. 1

Exercice n°3 : (/ *3 points*)

$A = (4x - 3)^2 + 3(4x - 3)(-2x + 7)$

1.Développer, réduire et ordonner A . 1.5

$A = (4x - 3)^2 + 3(4x - 3)(-2x + 7)$

$= 16x^2 - 24x + 3 + 3(-8x^2 + 28x + 6x - 21)$

$= 16x^2 - 24x + 3 - 24x^2 + 84x + 18x - 63$

$= -8x^2 + 78x - 54$.

2. Factoriser A . 1.5

$A = (4x - 3)^2 + 3(4x - 3)(-2x + 7)$

$= (4x - 3)(4x - 3 + 3(-2x + 7))$

$= (4x - 3)(4x - 3 - 6x + 21)$

$= (4x - 3)(-2x + 18)$

Exercice n°4 : (/ *6 points*)

Dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan (unité graphique : 1 cm), on donne les points :

$A(-4 ; 2)$ $B(-1 ; 6)$ $C(-2 ; -1)$ et $D(1 ; 3)$.

1.Faire un dessin que vous compléterez au cours des différentes questions. 0.5

2. *ABDC* est-il un parallélogramme ? 1.5

$\overrightarrow{AB}(3 ; 4)$

$\overrightarrow{CD}(3 ; 4)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ donc ABCD est un parallélogramme

3. *E* est le point symétrique de *B* par rapport à *D*. Calculer les coordonnées de *E*.

En déduire que *ADEC* est un parallélogramme.

Si *E* est le point symétrique de *B* par rapport à *D* alors $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DE}$

$\overrightarrow{BD}(2 ; -3)$ et $\overrightarrow{DE}(x_E - 1 ; y_E - 3)$

donc $x_E - 1 = 2$ et $y_E - 3 = -3$

donc $x_E = 3$ et $y_E = 0$. Le point E a pour coordonnées (3 ; 0). 2

On a $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BD}$ et ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$ 1

donc $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AC}$ donc ADEC est un parallélogramme .

4. Soit *H*(5; −2). Les points *B*, *D* et *H* sont-ils alignés ? 1

$\overrightarrow{BH}(2 ; -3)$ et $\overrightarrow{BD}(6 ; -8)$. $\frac{6}{2} = 3$ et $\frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}$

$3 \neq \frac{8}{3}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{BH}$ et $\overrightarrow{BD}$ ne sont pas colinéaires donc les points B , D et H ne sont pas alignés.

5. Quelle est la nature du triangle BCH ? **Bonus : 2 points**

$\overrightarrow{BC}$ (−1 ; −7) donc BC = $\sqrt{1+49} = \sqrt{50}$
$\overrightarrow{CH}$ (7 ; − 1) donc CH = $\sqrt{1+49} = \sqrt{50}$
$\overrightarrow{BH}$ (6 ; − 8) donc BH = $\sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$

BC = CH donc le triangle est isocèle en C.
$BH^2 = 100$ et $CH^2 + BC^2 = 50 + 50 = 100$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, BCH est rectangle en C . Il est donc isocèle rectangle en C.

<u>Exercice n°5 :</u> *(/ 3,5 points)*

Partie A

Voici un algorithme écrit en langage naturel :

```
Fonction  bilan(X)
   C ← X² – 10 X + 500
   R ← 50 X
   Si C < R alors
        B ← R – C
   Sinon
        B ← C – R
   FinSi
Retourne (B ).
```

2. Si on utilise cette fonction avec la valeur 5 pour X qu'affiche-t-elle ?
0.75
Pour justifier votre réponse, vous indiquerez les valeurs qui sont alors contenues par les variables C et R utilisées dans cette fonction.

C = 25 – 50 + 500 = 475
R = 250
C > R donc B = C – R = 225.

2. Même question avec la valeur 40 .   0.75

C = 1600 – 400 + 500 = 1700
R = 2000
C < R donc B = R – C = 300.

Partie B

Un artisan fabrique des vases qu'il met en vente. On suppose que tous les vases fabriqués sont vendus. Chaque vase est vendu 50 euros.
L'artisan veut faire une étude sur la production d'un nombre de vases compris entre 0 et 60.
Il estime que le coût de production de x vases est modélisé par la fonction C dont l'expression est : $C(x) = x^2 - 10x + 500$.
On note $B(x)$ le bénéfice réalisé pour x vases vendus. (Le bénéfice est la différence entre les recettes et les coûts ; lorsqu'il est négatif, cela signifie que l'entreprise perd de l'argent).

1. Justifier que $B(x) = -x^2 + 60x - 500$.

R($\boldsymbol{x}$) = 50 $\boldsymbol{x}$ donc   B($\boldsymbol{x}$) = 50$\boldsymbol{x}$ – ($x^2 - 10x + 500$)= 50$\boldsymbol{x}$ – $\boldsymbol{x}^2$ + 10$\boldsymbol{x}$ – 500 = – $\boldsymbol{x}^2$ + 60$\boldsymbol{x}$ – 500   **1**

2. Avec la calculatrice, déterminer le nombre de vases que l'artisan doit fabriquer et vendre pour obtenir un bénéfice maximal. Expliquer votre démarche.

On entre en Y1 la fonction B et on observe la table de valeurs.
On constate que le maximum de B est 400 pour $\boldsymbol{x}$ = 30.
On en déduit que le bénéfice maximal sera de 400€ pour 30 objets vendus.   **1**

Tourner la page svp

Exercice n°6 : (/ *9 points*)

3. Calculer en détaillant:

1

$$A = \frac{16}{5} \times \frac{25}{8} - \frac{16}{3} \times \frac{5}{8}$$

$= 10 - \frac{10}{3}$

$= \frac{20}{3}$

$$B = \frac{7}{15}\left(\frac{3}{7} + \frac{5}{14}\right)$$

1

$= \frac{7}{15} \times \frac{11}{14}$

$= \frac{11}{30}$

1

$$C = \left(\frac{2}{5}\right)^2 - \frac{3}{4} \times \frac{8}{5}$$

$= \frac{4}{25} - \frac{6}{5}$

$= -\frac{26}{25}$

$D = 6\sqrt{12} - 4\sqrt{5} + 5\sqrt{20} - 3\sqrt{27}$ 1

$= 6 \times 2\sqrt{3} - 4\sqrt{5} + 5 \times 2\sqrt{5} - 3 \times 3\sqrt{3}$

$= 12\sqrt{3} - 4\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 9\sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3} + 6\sqrt{5}$

4. Calculer et donner le résultat en notation scientifique

1 E = $\mathbf{7 \times 10^{-6} \times (4 \times 10^{7})^2 \times 2 \times 10^{9} \times 3 \times 10^{-4}}$

$= 7 \times 10^{-6} \times 16 \times 10^{14} \times 6 \times 10^{5}$

$= 672 \times 10^{13}$

$= 6{,}72 \times 10^{15}$

$\boldsymbol{F = \dfrac{6\times10^{-7}\times9\times10^{5}\times7\times10^{2}}{3\times10^{-4}\times4\times10^{7}}}$ 1

$= \frac{63}{2} \times 10^{-3}$

$= 31{,}5 \times 10^{-3}$

$= 3{,}15 \times 10^{-4}$

Exercice 7:

Voici la courbe représentative d'une fonction f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Avec la précision permise par des lectures graphiques, compléter (ne pas justifier) :

① La fonction f est définie sur **[-3 ; 5]**

② $f(3) =$ **2**

③ l'image de 0 vaut **– 4**

④ l'image de **– 1** est un nombre négatif.

⑤ le réel **– 3** a exactement 2 antécédents.

⑥ sur [– 3 ; 5] f a un minimum en **0** de valeur **– 4**

⑦ sur [0 ; 5] le maximum de f est égal à **4** atteint pour $x = 2$

⑧ les solutions de l'équation $f(x) = 3$ sont : **α, β et γ avec α ≈ – 2,6 ; β ≈ 1,5 ; γ ≈ 2,6**

⑨ les solutions de l'équation $f(x) < 0$ sont : **les nombres de] – 2 ; 1 [∪] 4 ; 5]**

⑩ les antécédents de 0 sont **– 2 ; 1 et 3**

le tableau de variation de cette fonction f est :

x	-3		0		2		5
variations de f	5	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2

le tableau de signes de cette fonction f est :

x	-3		-2		1		4		5
signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 8: On donne le tableau de variations d'une fonction f :

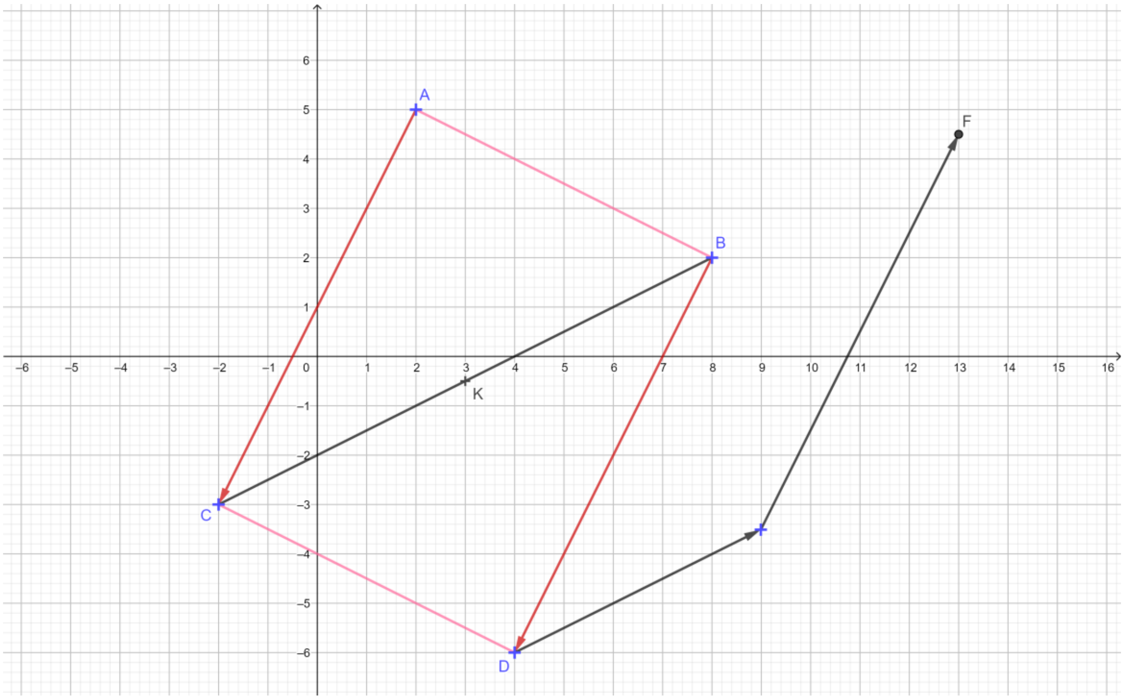
x	-2		4		6		10
$f(x)$	4	$\nearrow$	6	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4

Mettre une croix dans la case correspondante.

	AFFIRMATION	**Vrai**	**Faux**	**Peut-être**
1	le point de coordonnées $(0 ; 2)$ appartient à C_f		**X**	
2	la fonction f est croissante sur $[4 ; 6]$		**X**	
3	$f(4{,}5) < f(5)$		**X**	
4	$f(5) < f(8)$			**X**
5	$f(0) < f(7)$		**X**	
6	a et b étant deux nombres de $[6 ; 10]$ tels que $a < b$, $f(a) < f(b)$	**X**		

Exercice 9 : **(12 points)** Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les points suivants : $A(2;5)$, $B(8;2)$ et $C(-2;-3)$.

On complètera la figure ci-dessous au cours de l'exercice.



1.Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées $(x_C - x_A;\ y_C - y_A)$: $\overrightarrow{AC}\ \ (-2-2;\ -3-5)$ $\boldsymbol{\overrightarrow{AC}\ (-4;\ -8)}$

2.Placer le point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.

3. Déterminer, *par le calcul*, les coordonnées du point D.

$ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$

ce qui équivaut à : $x_D - x_B = -4$ et $y_D - y_B = -8$

$x_D - 8 = -4$ et $y_D - 2 = -8$

$x_D = 8 - 4$ et $y_D = 2 - 8$

$x_D = 4$ et $y_D = -6$ $\boldsymbol{D(4;-6)}$

4.On admet que : $AB = \sqrt{45}$ et $AC = \sqrt{80}$.

a. Calculer la longueur BC.

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$
$$BC = \sqrt{(-2-8)^2 + (-3-2)^2}$$
$$BC = \sqrt{100+5}$$
$$\boldsymbol{BC = \sqrt{125}}$$

b. Prouver que le triangle ABC est rectangle.

On a d'une part : $AB^2 + AC^2 = 45 + 80$

$AB^2 + AC^2 = 125$

et d'autre part : $BC^2 = 125$

donc $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Et donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle (en A)

5.En déduire, **<u>par une démonstration précise</u>**, la nature exacte du quadrilatère $ABDC$.

On sait que ABDC est un parallélogramme.
De plus, d'après la question précédente, ce parallélogramme a un angle droit :
on en déduit que c'est <u>un rectangle</u>.

Par ailleurs, comme $AB = \sqrt{45}$ et $AC = \sqrt{80}$,
les côtés consécutifs de ce rectangle ne sont pas de même longueur, donc $ABDC$ n'est <u>pas un carré</u>.

6.Déterminer, *<u>par le calcul</u>*, les coordonnées du point K, milieu de $[BC]$.

K a pour coordonnées $\left(\frac{x_B+x_C}{2}; \frac{y_B+y_C}{2}\right)$ $donc$ $K\left(\frac{8-2}{2}; \frac{2-3}{2}\right)$ $\boldsymbol{donc}$ $\boldsymbol{K\left(3; -\frac{1}{2}\right)}$

7. Construire le point F tel que $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{CA}$ (laisser les traits de construction).

8. Déterminer par le calcul les coordonnées du point F.

$\overrightarrow{DF}$ a pour coordonnées $(x_F - x_D; y_F - y_D)$: $\overrightarrow{DF}$ $(x_F - 4; y_F + 6)$

$\overrightarrow{CK}\left(3 + 2 ; -\frac{1}{2} + 3 \right)$ donc $\overrightarrow{CK}\left(5 ; \frac{5}{2} \right)$ et $\overrightarrow{CA}(2 + 2 ; 5 + 3)$ donc $\overrightarrow{CA}(4 ; 8)$

$\overrightarrow{CK} + \overrightarrow{CA}\left(5 + 4 ; \frac{5}{2} + 8 \right)$ donc $\overrightarrow{CK} + \overrightarrow{CA}\left(9 ; \frac{21}{2} \right)$

On veut que $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{CA}$ donc il faut que $x_F - 4 = 9$ et que $y_F + 6 = \frac{21}{2}$

donc $x_F = 9 + 4 = 13$ et $y_F = \frac{21}{2} - 6 = \frac{9}{2}$

Donc F (13 ; 4,5)

<u>Exercice 10 :</u> Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A *Dans cette partie, des affirmations vous sont proposées. Vous devez déterminer si elles sont vraies ou fausses, <u>en justifiant soigneusement votre réponse</u> (une réponse non justifiée ne rapportera pas de points).*

Proposition 1 : Pour tout nombre réel x, $(x-1)^2 + 5 = x^2 - 2x + 6$

Réponse : Pour tout nombre réel x, $(x-1)^2 + 5 = x^2 - 2x + 1 + 5$
$= x^2 - 2x + 6$

Donc la proposition 1 est **vraie**.

Proposition 2 :

Pour tout nombre réel x, $(3x-1)(3x+1) + (3x-1)(x-4) = (3x-1)(4x-3)$

Réponse :

→ <u>Pour ceux qui savent factoriser :</u>

Pour tout nombre réel x, $(3x-1)(3x+1) + (3x-1)(x-4) = (3x-1)[(3x+1) + (x-4)]$
$= (3x-1)(4x-3)$

→ <u>Pour les autres :</u>

Pour tout nombre réel x, $(3x-1)(3x+1) + (3x-1)(x-4) = 9x^2 - 1 + 3x^2 - 12x - x + 4$
$= 12x^2 - 13x + 3$

Par ailleurs, pour tout nombre réel x, $(3x-1)(4x-3) = 12x^2 - 9x - 4x + 3$
$= 12x^2 - 13x + 3$

On trouve la même expression développée.
On en déduit que pour tout nombre réel x, $(3x-1)(3x+1) + (3x-1)(x-4) = (3x-1)(4x-3)$

→ Donc la proposition 2 est **vraie**.

Proposition 3 : L'équation $x^2 + 1 = 0$ a pour solution $x = -1$

Réponse : $(-1)^2 + 1 = 1 + 1$
$= 2$
Donc $(-1)^2 + 1 \neq 0$ et -1 n'est pas solution de l'équation $x^2 + 1 = 0$.
Et la proposition 3 est **fausse**.

Partie B

Résoudre quatre des cinq équations ou inéquations suivantes.
Pour chacune d'entre elles, <u>on précisera clairement l'ensemble des solutions</u>.

1. $\frac{7}{4}x - 1 = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$ **3.** $\frac{1}{x} = -3$ **5.** $(2x-1)(x+2) = 0$

2. $x - 5 - (3x+1) < 0$ **4.** $x^2 = 3$

1.
$$\frac{7}{4}x - 1 = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$
$$\frac{7}{4}x - \frac{x}{2} = \frac{5}{2} + 1$$
$$\frac{7}{4}x - \frac{2}{4}x = \frac{5}{2} + \frac{2}{2}$$
$$\frac{5}{4}x = \frac{7}{2}$$
$$x = \frac{7}{2} \times \frac{4}{5}$$
$$x = \frac{14}{5}$$
$$\boldsymbol{S} = \left\{\boldsymbol{\frac{14}{5}}\right\}$$

2.
$$x - 5 - (3x+1) < 0$$
$$x - 5 - 3x - 1 < 0$$
$$-2x - 6 < 0$$
$$-2x < 6$$
$$x > \frac{6}{-2}$$
$$x > -3$$
$$\boldsymbol{S} =]-\boldsymbol{3}; +\infty[$$

3. $\frac{1}{x} = -3 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{1}{3}$

$$\boldsymbol{S} = \left\{\boldsymbol{\frac{-1}{3}}\right\}$$

4. $x^2 = 3 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\sqrt{3}$ ou $x = \sqrt{3}$

$$\boldsymbol{S} = \{-\sqrt{\boldsymbol{3}}; \sqrt{\boldsymbol{3}}\}$$

5. $(2x-1)(x+2) = 0$

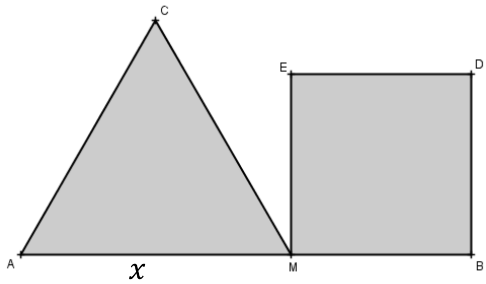
$\Leftrightarrow \quad 2x - 1 = 0$ ou $x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = \frac{1}{2}$ ou $x = -2$

$$\boldsymbol{S} = \left\{-\boldsymbol{2}; \boldsymbol{\frac{1}{2}}\right\}$$

Partie C

[AB] est un segment de longueur 10 et M est un point de [AB].
On trace le triangle équilatéral AMC et le carré MBDE comme indiqué sur la figure.



Où placer le point M pour que le périmètre du triangle AMC soit strictement supérieur à celui du carré MBDE ?

Notons x la distance AM. $x \in [0;10]$. Le périmètre du triangle équilatéral AMC est alors égal à $3x$.

La distance MB est égale à $10 - x$. Le périmètre du carré MBDE est égal à $4(10 - x) = 40 - 4x$.

Le périmètre du triangle AMC est strictement supérieur à celui du carré MBDE si et seulement si $3x > 40 - 4x$, qui équivaut successivement à : $7x > 40$ donc $x > \frac{40}{7}$
Ainsi, pour que le périmètre du triangle AMC soit strictement supérieur à celui du carré MB, il faut et il suffit que **AM** $> \boldsymbol{\frac{40}{7}}$

Exercice 11 :

Pour votre déménagement, vous devez louer une fourgonnette. Pour cela, vous téléphonez à deux agences de location : *Dakar Autos* et *Mermoz Rent* pour connaitre leurs tarifs :

- Proposition *Dakar Autos* : 50 euros de frais de location et 0,25 euro par kilomètre parcouru.
- Proposition *Mermoz Rent* : Pas de frais de location mais 1,5 euro par kilomètre parcouru.

1.Compléter le tableau suivant (sans justification) :

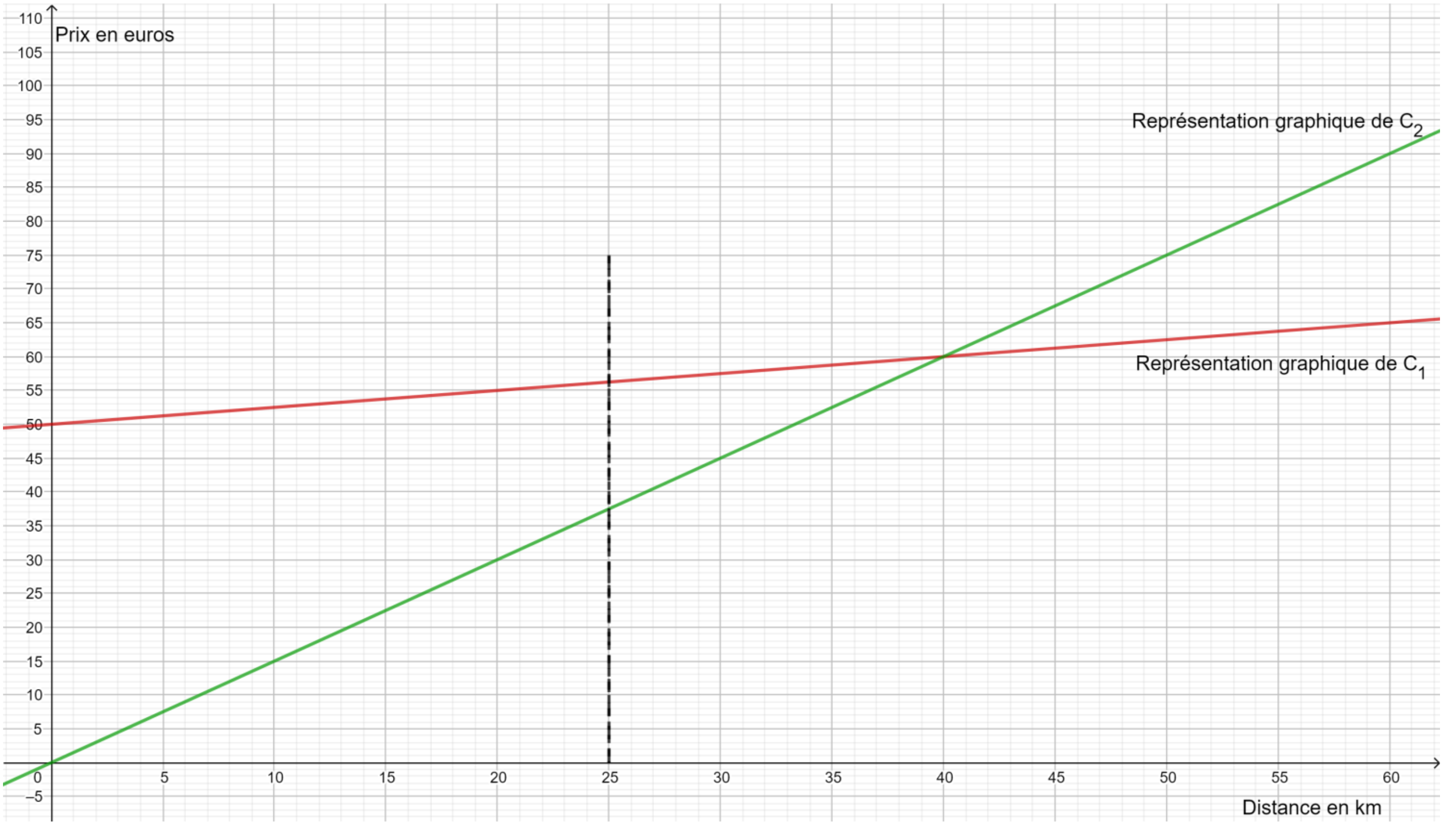
Distance parcourue (en km)	20	30	50
Coût avec l'agence *Dakar Autos* (en euros)	**55**	**57,5**	**62,5**
Coût avec l'agence *Mermoz Rent* (en euros)	**30**	**45**	**75**

2.Pour x kilomètres parcourus, le coût de la location de fourgonnette est donné par :

$C_1(x) = 0,25\,x + 50$ si on choisit *Dakar Autos* ;

$C_2(x) = 1,5\,x$ si on choisit *Mermoz Rent*.

Représenter graphiquement les fonctions C_1 et C_2 sur le graphique ci-dessous :



3. a) Donner, en justifiant à l'aide du graphique, la proposition la plus intéressante pour un parcours de 25 km.

Réponse : D'après le graphique, lorsque $x = 25$, la représentation graphique de C_2 est en-dessous de celle de C_1, donc **c'est la proposition de Dakar Autos qui est la plus intéressante pour un parcours de 25 km**.

b) Déterminer par le calcul, pour quel kilométrage les propositions sont les mêmes.

Réponse : On résout $1,5x = 50 + 0,25x$. Cette équation équivaut successivement à :

$$1,25x = 50$$

$$x = \frac{50}{1,25}$$

$$x = 40$$

Donc **c'est pour 40 km que les propositions sont les mêmes**.