<u>**1ère Spécifique Fiche d'exercices Croissances linéaire et exponentielle**</u>

Exercice 1 :

COMPLÉMENTAIRES

7 Montant de l'impôt

En France, le paiement de l'impôt sur le revenu est régi par un système par tranches : selon leur montant, les revenus sont partagés sur une ou plusieurs tranches, chacune associée à un taux d'imposition précis.

On donne ci-contre le barème applicable au début de l'année 2022. On considère le cas de Leïla, célibataire et sans enfant (le nombre de part est égal à 1).

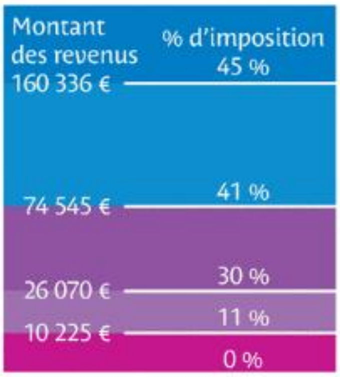
Prenons deux exemples pour comprendre ce système.

• Le revenu annuel brut de Leïla est de 9 000 €.

9 000 < 10 225, le taux d'imposition est de 0 % : Leïla n'est pas imposable sur le revenu.

• Le revenu imposable de Leïla est de 30 000 €.

Comme elle gagne annuellement plus de 26 070 €, le **taux marginal** d'imposition est de 30 %.



Attention, cela ne veut pas dire qu'elle paie 30 000 × 0,30 = 9 000 € d'impôts, cela veut dire qu'elle paie 30 % d'impôts sur la partie de son revenu imposable située entre 26 070 et 30 000 €, 11 % sur celle entre 10 225 et 26 070 € et 0 % sur celle en dessous de 10 225 €.

Pour calculer précisément le montant de son impôt, on décompose 30 000 sur les trois tranches :

$$30\,000 = 10\,225 + (26\,070 - 10\,225) + (30\,000 - 26\,070) = \underbrace{10\,225}_{0\,\%} + \underbrace{15\,845}_{11\,\%} + \underbrace{3\,930}_{30\,\%}$$

Le montant de l'impôt est égal à $10\,225 \times 0 + 15\,845 \times 0{,}11 + 3\,930 \times 0{,}30 = 2\,921{,}95$: l'impôt final est arrondi à 2 922 €.

Son **taux moyen d'imposition** est égal à $\dfrac{2\,922}{30\,000} = 0{,}974$ soit 9,74 %.

1. Calculer le montant de l'impôt, puis le taux moyen d'imposition de Leïla si son revenu imposable est de 25 000 €.

2. On cherche à déterminer la fonction affine par morceaux f, pour des revenus imposables de Leïla inférieurs à 74 545 €.

$f(x)$ correspond alors à l'impôt en milliers d'euros de Leïla pour un revenu de x milliers d'euros. Soit les intervalles : $I_1 = [0\,;\,10{,}225]$, $I_2 =]10{,}225\,;\,26{,}070]$, $I_3 =]26{,}070\,;\,74{,}545]$.

a. Si $x \in I_1$ que vaut $f(x)$? ....

b. Montrer que, si $x \in I_2$, $f(x) = 0{,}11x - 1{,}125$, arrondi à l'euro près.

c. En s'appuyant sur l'exemple donné, montrer que, si $x \in I_3$, $f(x) = 0{,}3x - 6{,}078$, arrondi à l'euro près.

3. Retrouver le résultat de la question **1.**, à l'aide de la fonction f.

4. Le revenu de Leïla est maintenant de 42 000 €.

a. Déterminer le montant de l'impôt de Leïla.

b. Donner le taux marginal et calculer le taux moyen.

5. La cheffe de l'entreprise de Leïla lui propose une forte augmentation qui la ferait passer à une tranche supérieure. Leïla hésite car elle sait qu'elle devra alors payer davantage d'impôts. Que peut-on conseiller à Leïla si sa seule contrainte est de maintenir son niveau de vie actuel, c'est-à-dire maintenir ses revenus mensuels en ayant payé ses impôts ?

Exercice 2 :

7 Radiothérapie PHYSIQUE SVT

Un échantillon de noyaux radioactifs voit son nombre de noyaux diminuer en fonction du temps en raison de leur désintégration. On a mesuré que la période de demi-vie de l'iode 131 était d'environ 8 jours ; autrement dit, la moitié des noyaux se sont désintégrés au bout de 8 jours.

1. a. Quel type de croissance est caractéristique de l'évolution du nombre d'atomes d'iode 131 ?

b. Au bout de combien de temps le nombre de noyaux aura-t-il été divisé par 4 ?

c. Déterminer le taux d'évolution quotidien moyen du nombre d'atomes d'iode 131 dans un échantillon.

d. On veut modéliser par une fonction f le nombre de noyaux d'iode 131 dans un échantillon qui en contient un nombre initial N_0 en fonction du temps. Déterminer l'expression $f(t)$ où t correspond au temps écoulé en jours.

2. L'iode 131 peut être administré à des patients dans le cadre d'un traitement de radiothérapie. Dans ce cas, il est recommandé au patient de s'isoler pendant un certain temps, jusqu'à ce que l'activité radioactive résiduelle redescende sous le seuil recommandé, qui est de 55 MBq. L'activité résiduelle est proportionnelle au nombre de noyaux d'iode 131 présents. On mesure après administration de l'iode radioactive une activité résiduelle de 800 MBq. On modélise donc l'activité résiduelle (en MBq) par la fonction $g : t \mapsto 800 \times 0{,}917^t$ où t correspond au nombre de jours écoulés depuis la prise du traitement.

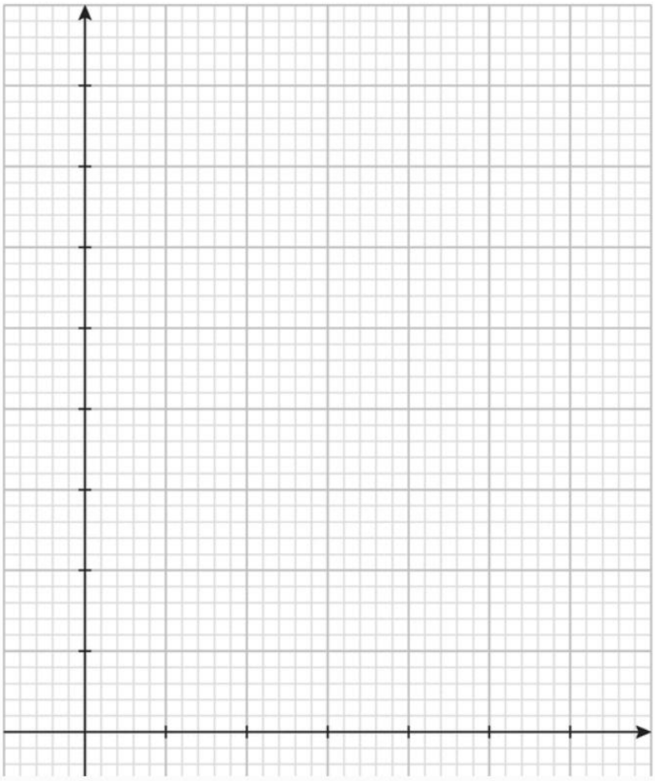
a. Compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir si besoin les valeurs à l'unité).

t	0	5	10	15	20	25	30
$g(t)$	....	....	....	....	....	....	....

b. Graduer les axes et construire la courbe dans le repère.

c. Déterminer au bout de combien de jours le patient n'a plus besoin de s'isoler.

....



CORRECTION

Exercice 1 :

1) 25 000 = 10 225 + 14 775
   Montant impôt : 10 225 × 0 + 14 775 × 0,11 = 1 625,25€
   Leïla paiera donc 1 625€ d'impôts si son revenu est de 25 000 €.
   Son taux marginal d'imposition est de 11% .
   $\frac{1625}{25000} \times 100 \approx 6,5$ donc son taux moyen d'imposition est d'environ 6,5%.

2) a) si $x \in I_1$ l'impôt est égal à 0 donc $f(x) = 0$

   b) si $x \in I_2$ l'impôt est égal à $f(x) = 10,225 \times 0 + (x - 10,225) \times 0,11 \approx 0,11\,x - 1,125$.

   c) si $x \in I_3$ l'impôt est égal à $f(x) = 10,225 \times 0 + (26,07 - 10,225) \times 0,11 + (x - 26,07) \times 0,3$
   $= 15,845 \times 0,11 + 0,3x - 7,821$
   $\approx 0,3x - 6,078$

3) $25 \in I_2$ donc $f(25) = 0,11 \times 25 - 1,125 = 1,625$
   On retrouve bien le résultat du 1).

4) a) $42 \in I_3$ donc $f(42) = 0,3 \times 42 - 6,078 = 6,522$.
   Leïla paiera donc 6 522€ d'impôts.

   b) Son taux marginal d'imposition est de 30% .
   $\frac{6522}{42000} \times 100 \approx 15,53$ donc son taux moyen d'imposition est d'environ 15,53%.

5) Si Leïla change de tranche d'imposition, le montant de son impôt sera plus élevé mais moins important que l'augmentation de son salaire. En effet, pour perdre du pouvoir d'achat il faudrait qu'elle soit imposée à plus de 100% sur son augmentation ce qui ne sera jamais le cas quel que soit la tranche d'imposition.
   Il faut donc qu'elle accepte l'augmentation proposée.

Exercice 2 :

1) a) La diminution du nombre d'atomes d'iode 131 est du type exponentielle car, à chaque étape, on multiplie par 0,5.

   b) Soit A le nombre d'atomes d'iode au départ.
   Au bout de 8 jours, on a $\frac{1}{2}$ A atomes d'iode.
   Au bout de 16 jours, on a $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ A = $\frac{1}{4}$ A donc le nombre d'atomes a été divisé par 4.

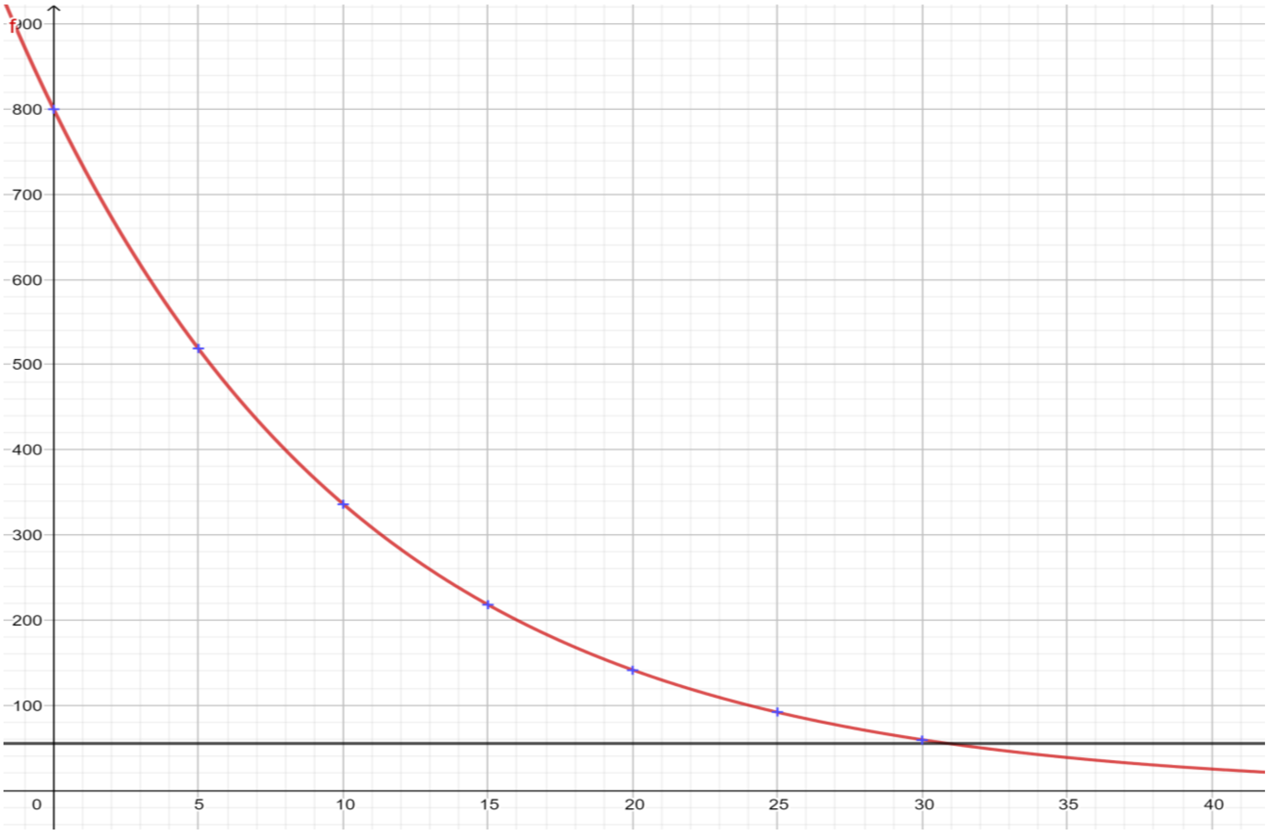
   c) $CM = \frac{1}{2} = 0,5$ pour 8 jours donc $CM_{\text{moyen journalier}} = \sqrt[8]{\frac{1}{2}} \approx 0,917$
   donc le taux moyen journalier est $CM - 1 \approx 0,917 - 1 \approx -0,083$
   soit une diminution d'environ 8,3% par jour.

   d) La fonction f est une fonction exponentielle donc $f(t) = K\,a^t$ avec K et a des constantes réelles.
   On a $f(0) = N_0$ donc $K\,a^0 = N_0$ donc $K = N_0$ donc $f(t) = N_0\,a^t$.
   De plus, au bout de 8 jours, le nombre d'atomes est divisé par 2 donc $f(8) = \frac{N_0}{2}$
   $f(8) = N_0\,a^8 = \frac{N_0}{2}$ donc $a^8 = \frac{1}{2}$ donc $a = \sqrt[8]{\frac{1}{2}} \approx 0,917$
   La fonction f est donc définie par $f(t) = N_0 \times 0,917^t$

2) a)

t	0	5	10	15	20	25	30
g(t)	800	519	336	218	141	92	59

b)



c) Au bout de 31 jours, le patient n'aura plus besoin de s'isoler.