1STMG Fiche 8 La dérivation

Exercice 1:

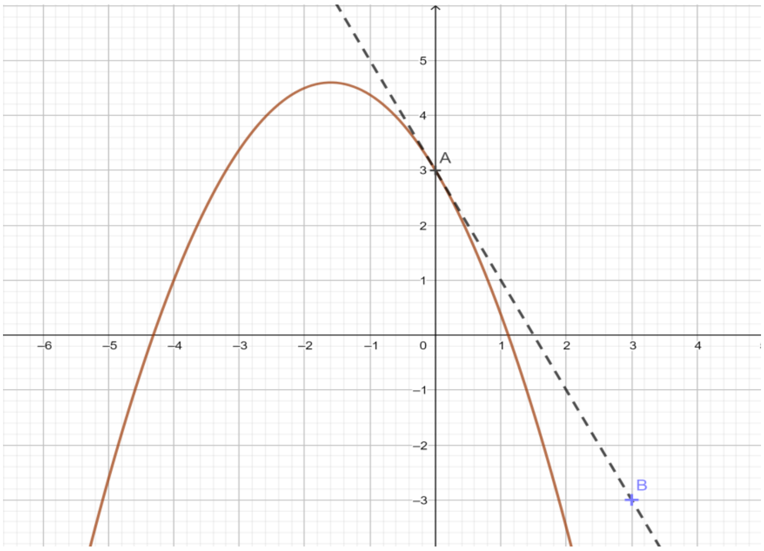
Calculer les fonctions dérivées :

1) $f(x) = 7x - 5x^2 + 7$ 2) $g(x) = 4 - 8x^3 + x^2 - 5x$ 3) $h(x) = \frac{3}{7}x - \frac{5}{8}x^2 + \frac{7}{9}x^3 - \frac{5}{7}$

Exercice 2:

On donne $f(x) = -\frac{5}{8}x^2 - 2x + 3$

1) Calculer $f'(x)$.
2) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3) Compléter le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
4) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -4.



5) Sur le graphique ci-contre, on a représenté la fonction f.
   Tracer la tangente déterminée en 4).

6) Sur ce graphique, on a tracé la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.
   a) Lire son coefficient directeur.
   b) Déterminer son équation.
   c) Vérifier cette lecture par le calcul.

Exercice 3:

Une entreprise commercialise des enceintes bluetooth. Une étude de marché permet d'estimer que la vente pour le mois à venir ser comprise entre 1500 et 4000 unités. On s'intéresse au bénéfice de l'entreprise sur la vente des enceintes bluetooth produites.

On modélise le bénéfice de l'entreprise, exprimé en centaines d'euros, par la fonction f définie sur [15 ; 40] par $f(x) = -2x^2 + 90x - 400$, où x représente le nombre d'enceintes bluetooth produites, en centaines d'unités.

1) Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle [15 ; 40].
2) Etudier les variations de la fonction f sur [15 ; 40] et dresser son tableau de variations.
3) Pour quelle production le bénéfice sera-t-il maximal ?
   Quel sera alors le montant en euros de ce bénéfice ?
4) L'entreprise souhaite réaliser un bénéfice minimal de 5 200€. Combien doit-elle produire d'enceintes bluetooth ?

<u>**1STMG2   Correction Fiche de révisions pour le DS du 14 avril**</u>

Exercice 1:

Calculer les fonctions dérivées :

1) $f(x) = 7x - 5x^2 + 7$

$f'(x) = 7 - 10x$

2) $g(x) = 4 - 8x^3 + x^2 - 5x$

$g'(x) = -24x^2 + 2x - 5$

3) $h(x) = \frac{3}{7}x - \frac{5}{8}x^2 + \frac{7}{9}x^3 - \frac{5}{7}$

$h'(x) = \frac{3}{7} - \frac{5}{4}x + \frac{7}{3}x^2$

Exercice 2:

On donne $f(x) = -\frac{5}{8}x^2 - 2x + 3$

1) Calculer $f'(x)$.

$f'(x) = -\frac{5}{4}x - 2$

2) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

$-\frac{5}{4}x - 2 = 0$	$-\frac{5}{4}x - 2 > 0$	$-\frac{5}{4}x - 2 < 0$
$-\frac{5}{4}x = 2$	$-\frac{5}{4}x > 2$	$-\frac{5}{4}x < 2$
$x = 2 \times \frac{-4}{5}$	$x < 2 \times \frac{-4}{5}$	$x > 2 \times \frac{-4}{5}$
$x = -\frac{8}{5}$	$x < -\frac{8}{5}$	$x > -\frac{8}{5}$

3) Compléter le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		$-\frac{8}{5}$		$+\infty$
signes de $f'(x)$		+	0		
variations de f		$\nearrow$	$\frac{23}{5}$	$\searrow$	

4) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -4.

$f(-4) = -\frac{5}{8} \times (-4)^2 - 2 \times (-4) + 3 = 1$

$f'(-4) = -\frac{5}{4} \times (-4) - 2 = 3$

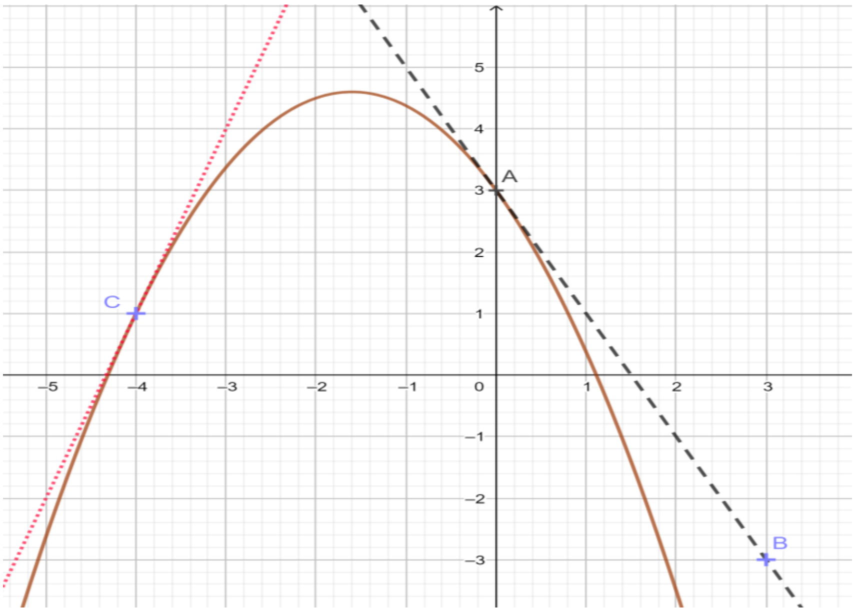
$y = f'(-4)(x - (-4)) + f(-4)$

$y = 3(x + 4) + 1$

$y = 3x + 12 + 1$

$y = 3x + 13$

5) Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la fonction f. Tracer la tangente déterminée en 4).



6) Sur ce graphique, on a tracé la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.

a) Lire son coefficient directeur. m $= \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = -\dfrac{6}{3} = -2$

b) Déterminer son équation. y = – 2x + 3

c) Vérification par le calcul :

$f(0) = -\dfrac{5}{8} \times 0^2 - 2 \times 0 + 3 = 3$

$f'(0) = -\dfrac{5}{4} \times 0 - 2 = -2$

$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

$y = -2x + 3$

<u>Exercice 3:</u>

Une entreprise commercialise des enceintes bluetooth. Une étude de marché permet d'estimer que la vente pour le mois à venir sera comprise entre 1500 et 4000 unités. On s'intéresse au bénéfice de l'entreprise sur la vente des enceintes bluetooth produites.

On modélise le bénéfice de l'entreprise, exprimé en centaines d'euros, par la fonction f définie sur [15 ; 40] par $f(x) = -2x^2 + 90x - 400$, où x représente le nombre d'enceintes bluetooth produites, en centaines d'unités.

1) Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle [15 ; 40].

$f'(x) = -2 \times 2x + 90 + 0 = -4x + 90$

2) Etudier les variations de la fonction f sur [15 ; 40] et dresser son tableau de variations.

$-4x + 90 = 0$	$-4x + 90 > 0$	$-4x + 90 < 0$
$-4x = -90$	$-4x > -90$	$-4x < -90$
$x = \dfrac{-90}{-4}$	$x < \dfrac{-90}{-4}$	$x > \dfrac{-90}{-4}$
$x = 22{,}5$	$x < 22{,}5$	$x > 22{,}5$

x	15		22,5		40
signes de $f'(x)$		+	0	–	
variations de f	500	↗	612,5	↘	0

$f(15) = -2 \times 15^2 + 90 \times 15 - 400 = 500$
$f(22{,}5) = -2 \times 22{,}5^2 + 90 \times 22{,}5 - 400 = 612{,}5$
$f(40) = -2 \times 40^2 + 90 \times 40 - 400 = 0$

3) Pour quelle production le bénéfice sera-t-il maximal ?
Quel sera alors le montant en euros de ce bénéfice ?
Le bénéfice sera maximal pour la production de 22,5 centaines soit 2 250 enceintes produites.
Ce bénéfice maximal sera de 612,5 centaines d'euros soit 61 250€.

4) L'entreprise souhaite réaliser un bénéfice minimal de 52 000€. Combien doit-elle produire d'enceintes bluetooth ?
D'après la calculette, $f(15{,}7) = 520{,}02$ et $f(15{,}69) = 519{,}75$ et $f(29{,}3) = 520{,}02$ et $f(29{,}31) = 519{,}75$
Donc l'entreprise devra produire entre 1 570 et 2 930 enceintes pour réaliser un bénéfice supérieur à 52 000€.