

2nde DEVOIR SURVEILLE (1h)

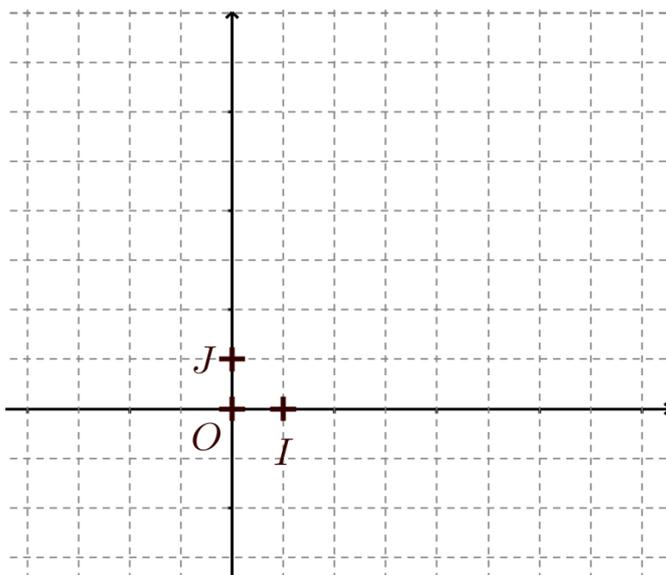
/ 30

Chaque question est indépendante. Le devoir doit être rédigé sur une feuille double.**Tous les résultats doivent être justifiés.****Des points seront attribués pour le soin apporté à la copie et à la rédaction.**

Dans le repère (O ; I, J) ci-contre, on donne les points de coordonnées suivants :

A (- 1 ; 4) ; B (- 2 ; 1) ; C (3 ; 0) et D (4 ; 3) .

1) Placer les points dans le repère (O , I , J) .

2) Calculer les coordonnées du milieu M du segment [AC] puis celles du milieu N du segment [BD] .
Placer M et N sur le graphique. Que constatez-vous ?

3) Que peut-on alors dire de la nature du quadrilatère ABCD ?

4) Soit E le point de coordonnées (1 ; 2). Placer le point E .

a) Calculer les longueurs AB, BE et EA .

b) En déduire la nature du triangle ABE.

5) Soit G le point de coordonnées (6 ; 7). Placer G.

Soit F le point défini par la relation suivante : $\overrightarrow{GF} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC}$.

a) Placer le point F.

b) Déterminer par le calcul, les coordonnées du point F.

6) Soit K le point de coordonnées (4 ; 0). Placer le point K. Les points E, A et K sont-ils alignés ?

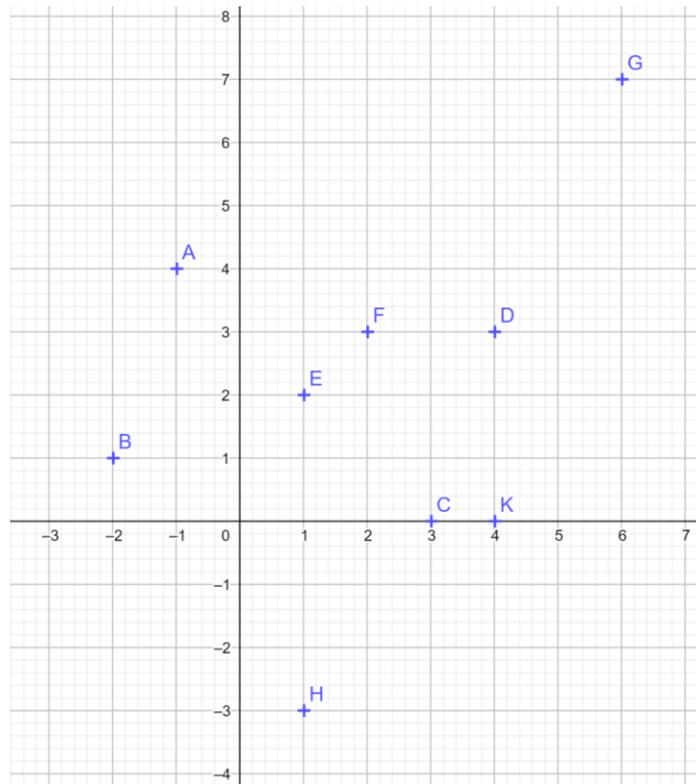
7) Soit H le point de coordonnées (1 ; - 3). Placer le point H. Les droites (AB) et (DH) sont-elles parallèles ?

CORRECTION

Dans le repère (O; I, J) ci-contre, on donne les points de coordonnées suivants :

A (- 1;4) ; B (- 2;1) ; C (3;0) et D (4;3) .

1) Placer les points dans le repère (O; I, J) .



2) Calculer les coordonnées du milieu M du segment [AC] puis celles du milieu N du segment [BD] .

$$M \left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2} \right) \text{ donc } M \left(\frac{-1 + 3}{2}, \frac{4 + 0}{2} \right) \text{ donc } M(1 ; 2)$$

$$N \left(\frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2} \right) \text{ donc } N \left(\frac{-2 + 4}{2}, \frac{1 + 3}{2} \right) \text{ donc } N(1 ; 2)$$

3) Que peut-on alors dire de la nature du quadrilatère ABCD ?

Les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme .

4) Soit E le point de coordonnées (1 ; 2).

a) Calculer les longueurs AB, BE et EA .

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-2 - (-1))^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

$$BE = \sqrt{(x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2} = \sqrt{(1 - (-2))^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$EA = \sqrt{(x_A - x_E)^2 + (y_A - y_E)^2} = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

b) En déduire la nature du triangle ABE.

AB = BE donc ABE est isocèle en B.

5) Soit G le point de coordonnées (6 ; 7). Placer G.

Soit F le point défini par la relation suivante : $\vec{GF} = 2\vec{AB} + \vec{AE} - \vec{AC}$.

c) Placer le point F.

d) Déterminer par le calcul, les coordonnées du point F.

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 - (-1) \\ 1 - 4 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ donc } 2\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AE} \begin{pmatrix} 1 - (-1) \\ 2 - 4 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{AE} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} 3 - (-1) \\ 0 - 4 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ donc } -\vec{AC} \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc } 2\vec{AB} + \vec{AE} - \vec{AC} \begin{pmatrix} -2 + 2 + (-4) \\ -6 + (-2) + 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc } 2\vec{AB} + \vec{AE} - \vec{AC} \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{GF} \begin{pmatrix} x_F - 6 \\ y_F - 7 \end{pmatrix} \quad \vec{GF} = 2\vec{AB} + \vec{AE} - \vec{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 6 = -4 \\ y_F - 7 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = -4 + 6 = 2 \\ y_F = -4 + 7 = 3 \end{cases} \text{ donc } F(2 ; 3).$$

6) Soit K le point de coordonnées (4 ; 0). Les points E, A et K sont-ils alignés ? (justifier).

$$\vec{EA} \begin{pmatrix} -1 - 1 \\ 4 - 2 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{EA} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{EK} \begin{pmatrix} 4 - 1 \\ 0 - 2 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{EK} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$(-2) \times (-2) - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2 \neq 0$ donc \vec{EA} et \vec{EK} ne sont pas colinéaires
donc E, A et K ne sont pas alignés.

7) Soit H le point de coordonnées (1 ; -3). Les droites (AB) et (DH) sont-elles parallèles ? (justifier).

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{DH} \begin{pmatrix} 1 - 4 \\ -3 - 3 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{DH} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$(-1) \times (-6) - (-3) \times (-3) = 6 - 9 = -3 \neq 0$$

Donc \vec{AB} et \vec{DH} ne sont pas colinéaires

Donc (AB) et (DH) ne sont pas parallèles.