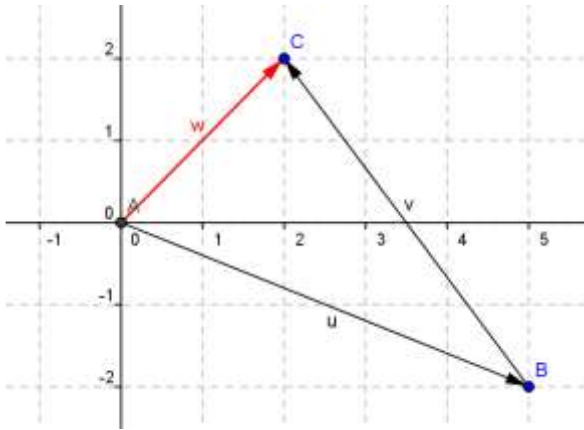


VECTEURS ET COORDONNEES

I. Coordonnées d'un vecteur :



1) Lecture des coordonnées d'un vecteur :

Pour aller de B à C on effectue un déplacement horizontal de 3 unités vers la gauche puis un déplacement vertical de 4 unités vers le haut.

On dira que les coordonnées du vecteur \overrightarrow{BC} sont $(-3 ; 4)$.

2) Calcul des coordonnées d'un vecteur :

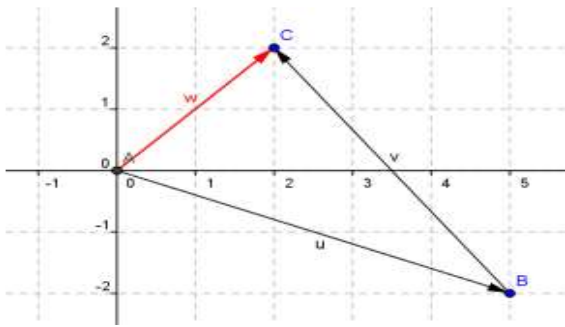
$B(5 ; -2)$ et $C(2 ; 2)$.

On remarque que les coordonnées de vecteur \overrightarrow{BC} sont $(2-5 ; 2-(-2))$.

Si $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ alors le vecteur \overrightarrow{AB} a pour coordonnées $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$

II. Coordonnées du vecteur somme de deux vecteurs :

Soit $\overrightarrow{u}(5 ; -2)$ et $\overrightarrow{v}(-3 ; 4)$.



On constate que $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ a pour coordonnées $(2 ; 2)$.

Or $\overrightarrow{u}(5 ; -2)$ et $\overrightarrow{v}(-3 ; 4)$

et $5 + (-3) = 2$ et $(-2) + 4 = 2$

Si $\overrightarrow{u}(x ; y)$ et $\overrightarrow{v}(x' ; y')$

alors $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ a pour coordonnées $(x + x' ; y + y')$

III. Coordonnées du vecteur $k \times \overrightarrow{u}$:

Soit $\overrightarrow{u}(2 ; -3)$.

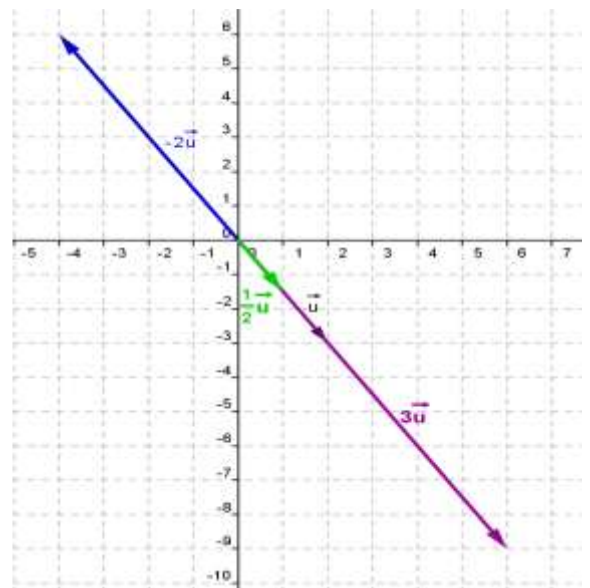
On a représenté \overrightarrow{u} , $3\overrightarrow{u}$, $-2\overrightarrow{u}$ et $\frac{1}{2}\overrightarrow{u}$.

$3\overrightarrow{u}(6 ; -9)$ donc les coordonnées de $3\overrightarrow{u}$ sont le triple de celles de \overrightarrow{u} .

$\frac{1}{2}\overrightarrow{u}(1 ; -1,5)$ donc les coordonnées de $\frac{1}{2}\overrightarrow{u}$ sont la moitié de celles de \overrightarrow{u} .

$-2\overrightarrow{u}(-4 ; 6)$ donc les coordonnées de $-2\overrightarrow{u}$ sont égales à celles de \overrightarrow{u} multipliée par (-2) .

Si $\overrightarrow{u}(a ; b)$ alors les coordonnées du vecteur $k \times \overrightarrow{u}$ sont $(k \times a ; k \times b)$



Comment reconnaître des vecteurs colinéaires grâce à leurs coordonnées :

Soit $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$

\vec{u} et \vec{v} sont colinéaires $\Leftrightarrow x \times y' - y \times x' = 0 \Leftrightarrow \det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$.

On note $\det(\vec{u}; \vec{v})$ le réel $x y' - y x'$

Démonstration :

Si \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires alors il existe un réel k tel que $\vec{u} = k \times \vec{v}$
donc il existe un réel k tel que $x = k \times x'$ et $y = k \times y'$

donc il existe un réel k tel que $\frac{x}{x'} = k = \frac{y}{y'}$

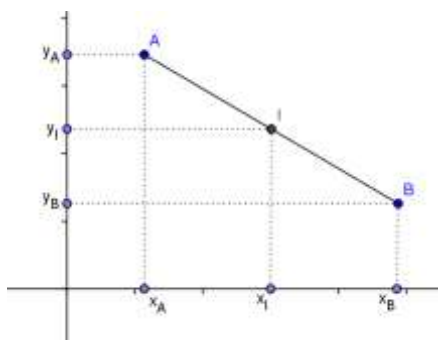
donc $x \times y' = y \times x'$ (en faisant le produit en croix)

donc $x \times y' - y \times x' = 0$

Exemple : Les vecteurs $\vec{u}(5; 3)$ et $\vec{v}(10; 6)$ sont-ils colinéaires ?

$\det(\vec{u}; \vec{v}) = 5 \times 6 - 3 \times 10 = 30 - 30 = 0$ donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

IV. Coordonnées du milieu d'un segment :

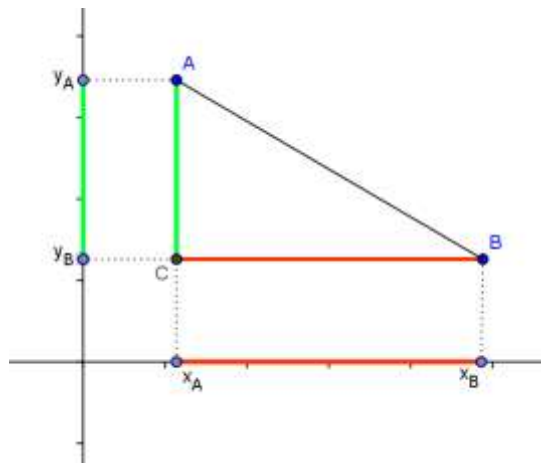


Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ alors I milieu de [AB] a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$

Exemple : Dans un repère, on considère les points $A(5; 2)$ et $B(-3; -1)$. M est le milieu de [AB].
Calculer les coordonnées de M.

$M\left(\frac{5-3}{2}, \frac{2-1}{2}\right)$ donc $M\left(1; \frac{1}{2}\right)$

V. Longueur d'un segment :



Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ dans un repère orthonormé alors le segment $[AB]$ a pour longueur

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple: Dans un repère, on considère les points $A(5; 2)$ et $B(-3; -1)$. Calculer la longueur AB .

$$AB = \sqrt{(-3 - 5)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-3)^2} = \sqrt{64 + 9} = \sqrt{73}$$

La longueur du segment $[AB]$ est $\sqrt{73}$.