Chapitre 3 Croissance linéaire

I. Rituels : Automatismes

Rituel du chapitre

1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x - 2.$$

Calculer l'image de 4, puis l'antécédent de 13 par f.

2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4 - 2x = 5x + 1$.

3 Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'équation $\frac{3}{x} = 6$.

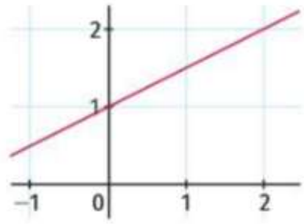
4 En électricité, la loi d'Ohm permet d'écrire $U = R \times I$, où U s'exprime en volt (V), R en ohm (Ω) et I en ampère (A).

Déterminer la valeur de U lorsque $I = 10$ A et $R = 30\ \Omega$.

5 D'après la loi d'Ohm citée dans l'exercice précédent, déterminer la valeur de I lorsque $U = 210$ V et $R = 20\ \Omega$.

6 Un article coûte 45 €. Quel est son prix après une augmentation de 15 % ?

7 Déterminer graphiquement le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite représentée ci-contre.



Rituel 9

1 Calculer la hauteur d'un triangle d'aire 183 cm² et dont la base associée mesure 12 cm.

2 Un article est vendu 370 € hors taxe. Quel est son prix TTC sachant qu'il est soumis à une TVA de 5,5 % ?

3 Donner une valeur approchée au dixième près des solutions de l'équation $3x^2 - 5 = 0$.

4 Quel est le taux d'évolution réciproque, arrondi à 0,1 % près, d'une diminution de 12,6 % ?

5 Calculer $-2x^2 + 6x + 4$ lorsque $x = -12$.

Rituel 10

1 Calculer et écrire sous forme irréductible $\frac{2}{5} - \frac{3}{4}$.

2 Si on augmente la longueur de chaque côté d'un carré de 10 %, par combien son aire est-elle multipliée ?

3 Écrire 25 % sous forme d'une fraction irréductible.

4 Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'équation $\frac{7}{x} = -2$.

5 Donner un ordre de grandeur du périmètre d'un cercle de rayon 10 cm.

II. Modéliser avec des fonctions affines :

1) Activité 1 :

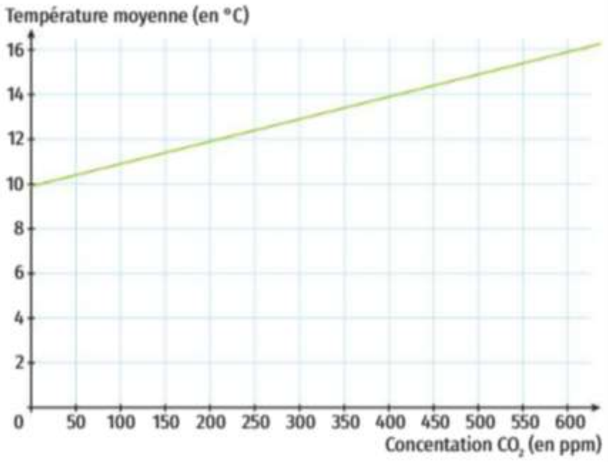
Objectif Modéliser une situation à l'aide d'une fonction affine.

Doc. 1 Modèle de White

La température moyenne T, en °C, à la surface de la Terre dépend de la concentration moyenne c, exprimée en ppm (voir doc. 3), de CO_2 dans l'atmosphère. D'après le modèle de William M. White (2005), cette dépendance est donnée par la formule $T(c) = T_0 + \frac{c - c_0}{100}$, où T_0 est la température moyenne à la surface de la Terre en °C à une année donnée et c_0 la concentration moyenne, en ppm, lors de cette même année.

Doc. 2 Représentation graphique du modèle de White

On choisit 1990 comme année de référence dans le modèle de White. Pour cette année-là, $T_0 = 13{,}4$ °C et $c_0 = 352$ ppm.



Doc. 3 Partie par million

La notation « ppm » signifie « partie par million ». Par exemple, lorsque l'on dit que la concentration de CO_2 dans l'atmosphère est de 300 ppm, cela signifie que 300 millionièmes de l'atmosphère sont constitués de CO_2.
Autrement dit, la proportion de CO_2 est $\frac{300}{1\,000\,000}$ de l'ensemble des composants de l'atmosphère.

Questions

1. En 2014, la concentration de CO_2 dans l'atmosphère était de 400 ppm. À l'aide du graphique, donner la température moyenne lors de cette année.
2. En 2020, la concentration de CO_2 dans l'atmosphère était de 413,2 ppm. Par le calcul, vérifier que la température moyenne à la surface de la Terre en 2020 était environ 14,01 °C.
3. **a.** En utilisant la formule du modèle de White, justifier que la fonction T est une fonction affine dont on déterminera le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.

   b. Déterminer et interpréter le sens de variation de la fonction T. Pourquoi est-il important de limiter l'émission de CO_2 dans l'atmosphère ?

1) La température moyenne est de 14°C en 2014.

2) D'après la formule de White, $T(413{,}2) = 13{,}4 + \frac{413{,}2 - 352}{100} = 13{,}4 + 0{,}612 = 14{,}012$.

   En 2020, la température sera d'environ 14°C.

3) a) $T(c) = T_0 + \frac{c - c_0}{100} = T_0 + \frac{1}{100}c - \frac{c_0}{100} = \frac{1}{100}c + \left(T_0 - \frac{c_0}{100}\right)$

   donc T(c) est bien de la forme $T(c) = m\,c + p$ avec $m = \frac{1}{100}$ et $p = T_0 - \frac{c_0}{100} = 13{,}4 - 3{,}52 = 9{,}88$.

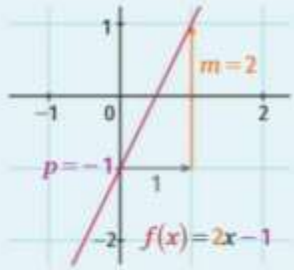
   b) m est positif donc la fonction T est croissante. Cela signifie que plus la concentration de CO_2 augmente dans l'atmosphère, plus la température moyenne augmente. On voit donc immédiatement pourquoi il est important de limiter les émissions de CO_2 dans l'atmosphère.

2) Bilan :

Définition

Une fonction f est dite **affine** lorsqu'il existe deux réels m et p tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = mx + p$.

La représentation graphique d'une fonction affine dans un repère du plan est une droite dont m est le **coefficient directeur** et p est l'**ordonnée à l'origine**. On a $p = f(0)$.



Propriétés

Soit $f : x \mapsto mx + p$ une fonction affine dont on note d la droite représentative.

1. Pour tous réels distincts a et b, on a $m = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
2. Pour tous points distincts $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ appartenant à d, on a $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Propriétés

1. Une fonction affine f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ si, et seulement si, $m > 0$.
2. Une fonction affine f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ si, et seulement si, $m < 0$.
3. Une fonction affine f est constante sur $\mathbb{R}$ si, et seulement si, $m = 0$.

3) Exercice :

1. Un chewing-gum pèse en moyenne 2,5 g. Il faut environ cinq années pour qu'un chewing-gum se décompose intégralement. On note $c(t)$ la masse du chewing-gum en gramme en fonction du temps t en année à partir du début de la décomposition.

On admet que c décroît linéairement.

a. Justifier que, pour tout réel positif t, $c(t) = 2,5 - 0,5t$.

b. Calculer $c(1,75)$ et interpréter le résultat.

c. Combien de temps faut-il attendre pour que le chewing-gum perde 90 % de sa masse initiale ?

2. Un mégot de cigarette pèse en moyenne 220 mg. Dans le meilleur des cas, il faut une année de 365 jours pour qu'un mégot se décompose intégralement. On suppose de nouveau que la décomposition est linéaire. On note $m(t)$ la masse du mégot, en milligramme, en fonction du temps t, en année, à partir du début de la décomposition.

a. Justifier que $m(t) = 220 - 220t$.

b. Calculer et interpréter $m(0,75)$.

c. Un mégot est en décomposition depuis le 1er janvier d'une année non bissextile. Quelle est sa masse le 14 mars ?

1) a) c est une fonction linéaire donc $c(t) = m\,t + p$

$c(0) = 2,5$ donc $p = 2,5$

$c(5) = 0$ donc $m \times 5 + 2,5 = 0$

$\Leftrightarrow m = -\dfrac{2,5}{5} = 0,5$

donc $c(t) = -0,5\,t + 2,5$

b) $c(1,75) = 2,5 - 0,5 \times 1,75 = 1,625$.

Au bout d'un an et 274 jours, la masse du chewing-gum sera de 1,625g.

c) Si le chewing-gum perd 90% de sa masse,

Il en reste 10% donc 0,25g.

Il faut donc résoudre $c(t) = 0,25$

$c(t) = 0,25 \Leftrightarrow 2,5 - 0,5\,t = 0,25$

$\Leftrightarrow -0,5\,t = -2,25$

$\Leftrightarrow t = 4,5$.

Il faudra 4 ans et demi pour que le chewing-gum perde 90% de sa masse.

2) a) m est une fonction linéaire donc $m(t) = a\,t + b$

$m(0) = 220$ donc $b = 220$

$m(1) = 0$ donc $a \times 1 + 220 = 0$

$\Leftrightarrow a = -220$

donc $m(t) = -220\,t + 220$

b) $m(0,75) = -220 \times 0,75 + 220 = 55$.

Au bout d'un an et 274 jours, la masse du mégot sera de 55mg.

c) du 1er janvier au 14 mars on a 73 jours soit 0,2 année. $m(0,2) = -220 \times 0,2 + 220 = 176$.

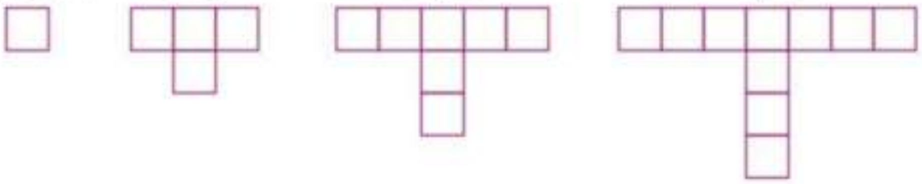
Le 14 mars le mégot pèsera 176mg.

III. Les suites arithmétiques :

1) Activité 1 :

Objectif **Établir quelques caractéristiques des suites arithmétiques.**

On considère un carré de côté 1. On réalise plusieurs figures successives en ajoutant des carrés identiques à chaque étape comme indiqué ci-dessous.



Partie 1 : Construction d'une suite

On note $c(n)$ le nombre de carrés nécessaires pour construire la figure à l'étape n. La figure initiale correspond à l'étape 0. Le premier terme est donc $c(0) = 1$ et on a, par exemple, $c(2) = 7$.

1. En utilisant l'illustration ci-dessus, déterminer $c(1)$ et $c(3)$.
2. Combien de carrés ajoute-t-on pour passer d'une étape à la suivante ? Calculer alors $c(4)$ puis $c(5)$.

En continuant ainsi, on obtient une suite de nombres, notée c. Dans ce cas, on dit que la suite c est une **suite arithmétique** de **premier terme** $c(0) = 1$ et de **raison** $r = 3$.

3. Pour tout entier naturel n, écrire $c(n+1)$ en fonction de $c(n)$. Cette relation s'appelle la **relation de récurrence** de la suite c.
4. Comment calculer $c(100)$ en fonction de $c(99)$? Est-ce facilement réalisable ?

Partie 2 : Une nouvelle suite

On s'intéresse maintenant au périmètre de la figure à chaque étape.
On note $p(n)$ le périmètre de la figure à l'étape n. On a ainsi $p(0) = 4$ et $p(1) = 10$.

5. En utilisant l'illustration ci-dessus, déterminer $p(2)$ et $p(3)$.
6. Justifier que la suite p est une suite arithmétique. Donner alors le premier terme, la raison et la relation de récurrence de $p(n+1)$ en fonction de $p(n)$.
7. **a.** De quelle longueur le périmètre a-t-il augmenté entre l'étape initiale et l'étape 2 ? Entre l'étape initiale et l'étape 3 ?
   b. Recopier et compléter les égalités suivantes : $p(2) = p(0) + \ldots \times 6$; $p(3) = p(0) + \ldots \times 6$.
   c. Compléter la **forme explicite** de p : pour tout entier naturel n, $p(n) = p(0) + \ldots \times \ldots$.
8. Calculer le périmètre de la figure à l'étape 100.

Partie 1 :

1) $c(0) = 1$; $c(1) = 4$; $c(2) = 7$; $c(3) = 10$
2) Pour passer d'une étape à la suivante, on rajoute 3 carrés. Donc $c(4) = 14$ et $c(5) = 18$
3) $c(n+1) = c(n) + 3$
4) $c(100) = c(99) + 4$. Pour calculer $c(100)$ il faut connaitre tous les termes précédents.

Partie 2 :

5) $p(0) = 4$; $p(1) = 10$; $p(2) = 16$; $p(3) = 22$
6) On passe d'un périmètre à l'autre en ajoutant 6. On a donc une suite p arithmétique de raison 6, de premier terme $p(0) = 4$ et $p(n+1) = p(n) + 6$
7) a) Entre l'étape initiale et l'étape 2, le périmètre a augmenté de $2 \times 6 = 12$.
   Entre l'étape initiale et l'étape 3, le périmètre a augmenté de $3 \times 6 = 18$.
   b) $p(2) = p(0) + 2 \times 6$; $p(3) = p(0) + 3 \times 6$
   c) $p(n) = p(0) + n \times r$
8) $p(100) = p(0) + 100 \times 6 = 4 + 600 = 604$.

2) Bilan :

Définitions

Une **suite** u est une fonction dont la variable, notée n plutôt que x, est un entier naturel.
Le nombre $u(n)$ est appelé le **terme de rang n** de la suite u.

Définitions

Une suite u est **arithmétique** lorsqu'il existe un nombre réel r, nommé **raison**, tel que pour tout entier naturel n : $u(n+1) = u(n) + r$. L'écriture du terme de rang $n+1$ en fonction du terme de rang n donne une **relation de récurrence** vérifiée par la suite.

Pour démontrer qu'une suite est arithmétique, on montrera que la différence entre deux termes consécutifs est constante c'est-à-dire que $u(n+1) - u(n) = r$. Cette constante sera la raison de la suite.

Propriété

Une suite u est une suite arithmétique de raison r et de premier terme $u(0)$ si, et seulement si, pour tout entier naturel n, $u(n) = r \times n + u(0)$. Cette écriture est la **forme explicite** de la suite u.

La forme explicite d'une suite arithmétique permet de calculer rapidement n'importe quel terme de la suite.

3) Représentation graphique d'une suite arithmétique :

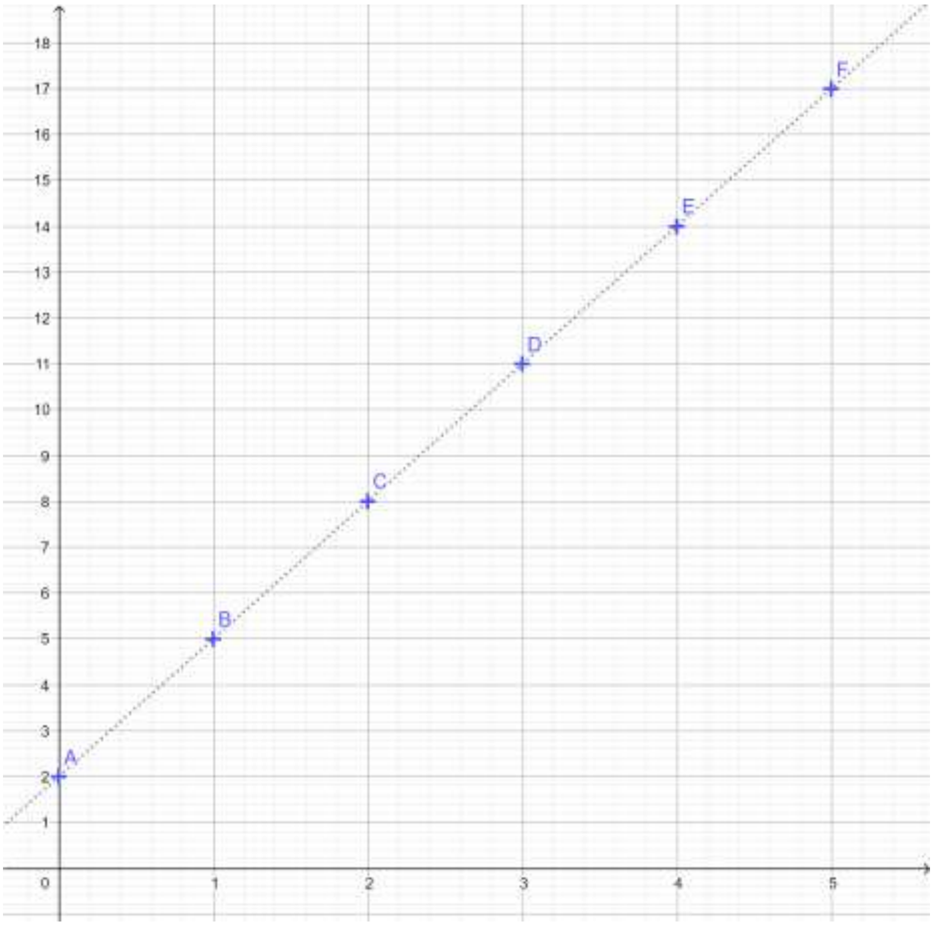
Soit u une suite arithmétique de premier terme u(0) = 2 et de raison r = 3.

1) Donner sa relation de récurrence.
   u(n+1) = u(n) + r = u(n) + 3

2) Sa forme explicite est $u(n) = 3n + 2$ pour tout entier naturel n.
   Déterminer les valeurs des 6 premiers termes de la suite.
   u(0) = 2 ; u(1) = 2 + 3 = 5 ; u(2) = 5 + 3 = 8 ; u(3) = 8 + 3 = 11 ;
   u(4) = 11 + 3 = 14 ; u(5) = 14 + 3 = 17

   A(0 ; 2) ; B(1 ; 5) ; C(2 ; 8) ; D(3 ; 11) ; E(4 ; 14) et F(5 ; 17)

3) Pour représenter une suite dans un repère, on place les points de coordonnées (n ; $u(n)$). Placer dans le repère ci–dessous les points correspondants aux 6 premiers termes de la suite u.



4) Les points sont-ils alignés ? Si oui, déterminez l'équation de la droite.

Les points sont alignés.
La droite (AB) a une équation de la forme $y = m\,x + p$.
$m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{5-2}{1-0} = \dfrac{3}{1} = 3$
La droite passe par A(0 ; 2) donc $p = 2$.
L'équation de la droite est donc $y = 3x + 2$.

5) La suite est-elle croissante ?
Le coefficient directeur de la droite est positif donc la droite " monte" .
La suite est donc croissante.
On peut remarquer que m est la raison de la suite.
Si la raison est positive, la suite arithmétique est croissante.

BILAN :

La représentation graphique d'une suite arithmétique est un nuage de points de coordonnées (n ; $u(n)$) alignés sur une droite d'équation $y = r \times x + u(0)$.

Si la raison de la suite est strictement positive, la suite est strictement croissante.
Si la raison de la suite est strictement négative, la suite est strictement décroissante.
Si la raison de la suite est nulle, la suite est constante.

Une suite arithmétique permettra de modéliser des phénomènes discrets à croissance linéaire.

IV. Discret ou continu ?

1) Activité 3 :

Objectif Distinguer les grandeurs discrètes et continues.

Doc. 1 Exemples de grandeurs discrètes et continues

En mathématiques, on peut considérer des grandeurs discrètes ou continues.
Voici quelques exemples de grandeurs discrètes : nombre d'enfants dans une famille, nombre de sports pratiqués en loisir, numéro des étages dans un immeuble (avec des négatifs pour les sous-sols), etc.
Quelques exemples de grandeurs continues : temps passé sur les réseaux sociaux, température dans une salle de classe, taille d'une personne, etc.

Doc. 2 Pression

La **pression** est une force appliquée sur une surface. Les liquides et les gaz qui nous environnent sont constitués de plusieurs composants qui appliquent une pression constante sur notre corps. La pression est mesurée en newton par mètre carré (N/m²), autrement appelé le **bar** (1 bar = 1 N/m²).
Au niveau de la mer, la pression atmosphérique vaut en moyenne 1 bar.

Doc. 3 Changement de pression

Lorsque l'on monte en altitude, la pression de l'air diminue car l'atmosphère est moins dense. À l'inverse, lors d'une plongée sous-marine, la pression supportée par le plongeur augmente car la colonne d'eau qui le surplombe pèse de plus en plus sur lui. On peut démontrer que, tous les dix mètres, la pression dans l'eau augmente d'un bar.

Doc. 4 Arnaud Jerald

Arnaud Jerald pratique l'apnée en compétition en catégorie poids constant bi-palmes. En septembre 2020, il bat le record du monde d'apnée en effectuant une plongée à −112 mètres.

Questions

1 a. La pression subie par un plongeur est la somme de la pression de l'atmosphère (que l'on prendra égale à 1 bar) et de la pression de l'eau. Quelle pression subit-il lorsqu'il est à 10 m de profondeur ?
b. Quel est le pourcentage d'augmentation de la pression entre 0 m et −10 m ?

2 a. Quelle est la pression subie par un plongeur situé à 20 m de profondeur ?
b. Quel est le pourcentage d'augmentation de la pression entre −10 m et −20 m ?

3 On note $u(n)$ la pression subie par le plongeur lorsqu'il est à n dizaines de mètres de profondeur.
a. Justifier que la suite u est une suite arithmétique. Préciser sa raison et son premier terme.
b. Calculer et interpréter $u(5)$.

4 On souhaite connaître la pression subie par Arnaud Jerald en 2020 lors de son record du monde de plongée.
a. Justifier que la modélisation par une suite de la question 3 n'est en fait pas adaptée à la situation.
b. Puisque la variation de la pression est constante par rapport à la variation de profondeur, modéliser la pression en fonction de la profondeur en utilisant une fonction affine.
c. Calculer alors la pression subie par Arnaud Jerald.

1) a) A 10m de profondeur, le plongeur subit une pression de 1 + 1 = 2 bars.
b) La pression a augmenté de 1 bar soit un pourcentage d'augmentation de $\frac{1}{1} \times 100 = 100\%$

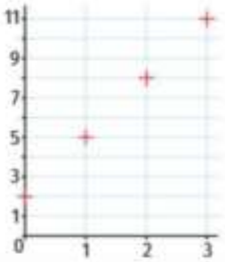
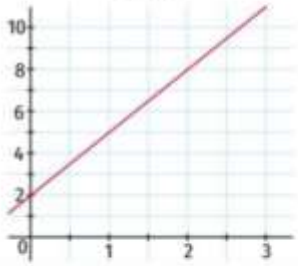
2) a) La pression subit par le plongeur à 20m de profondeur est de 2 + 1 = 3 bars.
b) La pression a augmenté de 1 bar soit un pourcentage d'augmentation de $\frac{1}{2} \times 100 = 50\%$

3) a) On passe d'un terme à l'autre en ajoutant 1 donc la suite est arithmétique de raison 1 et de premier terme 1.
b) $u(5) = u(0) + 5 \times 1 = 1 + 5 = 6$. A 50m de profondeur, la pression est de 6 bars.

4) a) Si on veut connaitre la pression à toutes les profondeurs, le phénomène devient continu.
Il ne peut donc pas se modéliser par une suite arithmétique. Il faudra utiliser une fonction affine.
b) Cette fonction affine sera de la forme $f(x) = \text{m}\,x + \text{p}$.
$f(0) = 1$ donc p = 1 et $f(10) = 2$ donc $\text{m} \times 10 + 1 = 2 \Leftrightarrow \text{m} = \frac{1}{10}$
donc $f(x) = 0{,}1\,x + 1$
c) $f(112) = 0{,}1 \times (112) + 1 = 12{,}2$. A – 112m, la pression est de 12,2 bars.

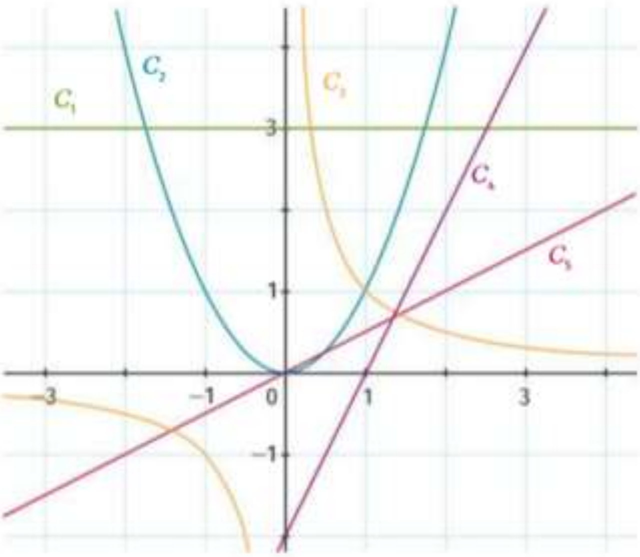
2) Bilan :

Voici un tableau récapitulatif des caractéristiques des modèles linéaires discrets et continus.

Modèle	Discret	Continu
Modélisation	Suite arithmétique u définie sur $\mathbb{N}$.	Fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$.
Expression	$u(n) = rn + u(0)$ avec $n \in \mathbb{N}$.	$f(x) = mx + p = mx + f(0)$ avec $x \in \mathbb{R}$.
Représentation graphique	Nuage de points alignés 	Droite 
Caractérisation	Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u(n+1) - u(n)$ est constant.	Pour tous réels a et b distincts, $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ est constant.

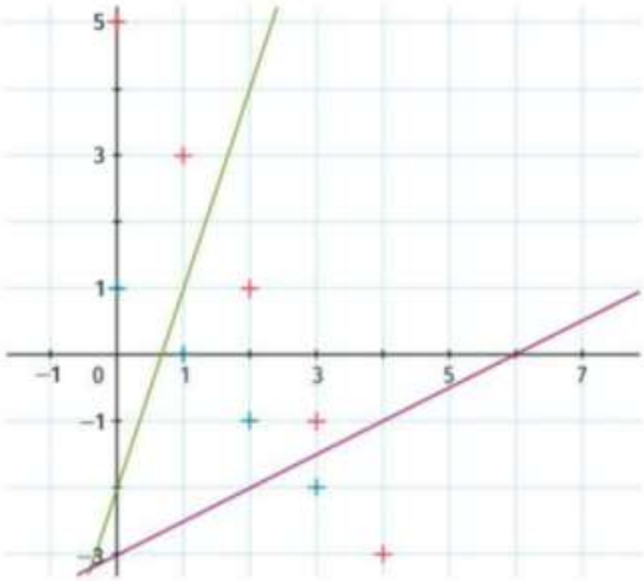
3) Exercices :

Parmi les représentations graphiques suivantes, lesquelles représentent des modèles continus à croissance linéaire ?
Déterminer alors leur expression.



Il faut avoir une droite qui donc C_4 et C_5.

Parmi les quatre représentations graphiques suivantes, lesquelles représentent des modèles à croissance linéaire discrets ? Continus ?



Pour la croissance linéaire discrète, il faut une suite arithmétique donc les deux nuages de points alignés.
Pour la croissance linéaire discrète, il faut une fonction affine donc les deux droites.

V. Déterminer un seuil :

1) Exercices :

Exercice 1:
Soit la suite arithmétique u, définie, pour tout entier naturel n, par $u(n) = 5 - 3n$.
Déterminer la plus petite valeur de n à partir de laquelle $u(n) \leq -12$.

$5 - 3n \leq -12 \Leftrightarrow -3n \leq -17 \Leftrightarrow n \geq \frac{17}{3}$

A partir de n = 6, on aura $u(n) \geq -12$.

Exercice 2 :
Soit la suite arithmétique u, définie, pour tout entier naturel n, par $u(n) = 2n + 4$.
Déterminer la plus petite valeur de n à partir de laquelle $u(n) \geq 11$.

$2n + 4 \geq 11 \Leftrightarrow 2n \geq 7 \Leftrightarrow n \geq \frac{7}{2}$

A partir de n = 4, on aura $u(n) \geq 11$.

Exercice 3 :
Soit la suite arithmétique u, définie, pour tout entier naturel n, par $u(n) = -n\sqrt{2} + 3$.
Déterminer la plus petite valeur de n à partir de laquelle $u(n) \leq -6$.

$- \quad n\sqrt{2} + 3 \leq -6 \Leftrightarrow -n\sqrt{2} \leq -9 \Leftrightarrow n \geq \frac{9}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow n \geq \frac{9\sqrt{2}}{2}$

A partir de n = 7, on aura $u(n) \leq -6$.

Exercice 4 :
Hawa veut finir de remplir sa piscine de $50m^3$. Sa piscine contient déjà $4m^3$ et se remplit avec un débit de $1{,}5m^3/h$. Le volume d'eau dans la piscine au bout de n heures est donc modélisé par la suite arithmétique u d'expression $u(n) = 1{,}5n + 4$.
Au bout de combien d'heures la piscine de Hawa sera-t-elle remplie ?

$u(n) \geq 50 \Leftrightarrow 1{,}5\,n + 4 \geq 50 \Leftrightarrow 1{,}5\,n \geq 46 \Leftrightarrow n \geq \frac{46}{1{,}5} \Leftrightarrow n \geq \frac{92}{3}$

A partir de n = 31, on aura $u(n) \geq 12$.
En 30h la piscine sera quasiment remplie, en 31h elle déborde.

Exercice 5 :
Guillaume décide de faire un placement à intérêts simples afin de prévoir l'achat d'une moto à 13000€.
Il place 9500€ en janvier 2022.
A chaque début de mois, son capital est augmenté de 1,1% du montant initial.
On note p(n) le montant de son placement au bout de n mois après le 1er janvier 2022.
On note $p(0) = 9500$.

1) Justifier que pour tout entier naturel n, $p(n) = 104{,}5n + 9500$.

   1,1% de 9500 c'est $\frac{1{,}1}{100} \times 9500 = 104{,}5$. Chaque heure, le capital augmente de 104,5€.

   Au départ, le capital était de 9500€ donc au bout de n heures le capital sera de 9500 + 104,5 n.

2) a) Déterminer la plus petite valeur de n telle que $p(n) \geq 13000$.

   $104{,}5\,n + 9500 \geq 13\,000 \Leftrightarrow 104{,}5\,n \geq 3500 \Leftrightarrow n \geq \frac{7000}{209}$

   A partir de n = 34, on aura $p(n) \geq 13\,000$.

   b) A partir de quelle date Guillaume pourra-t-il acheter sa moto ? Justifier.
   Guillaume devra attendre 34 mois donc il pourra acheter sa moto début novembre 2024.

Exercice 6 :
La température $f(x)$ en degré Fahrenheit en fonction de la température x en degré Celsius vérifie
Une croissance linéaire telle que $f(37) = 98{,}6$ et $f(100) = 212$.

1) Déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la représentation graphique de f
Puis en déduire l'expression de f .

$f(x) = \text{m}\, x + \text{p}$ avec $\text{m} = \dfrac{f(100) - f(37)}{100 - 37} = \dfrac{212 - 98{,}6}{63} = 1{,}8$

donc $f(x) = 1{,}8\, x + \text{p}$.

$f(100) = 212 \Leftrightarrow 1{,}8 \times 100 + \text{p} = 212 \Leftrightarrow \text{p} = 212 - 180 = 32$

donc $f(x) = 1{,}8\, x + 32$.

2) a) Convertir 107,6°F en °C.

$f(x) = 107{,}6 \Leftrightarrow 1{,}8\, x + 32 = 107{,}6 \Leftrightarrow 1{,}8\, x = 75{,}6 \Leftrightarrow x = 42$.

donc 107,6°F correspondent à 42°C.

b) Déterminer l'expression de la température en °C en fonction de celle en °F.
Obtient-on une fonction affine ? Justifier.

D'après le calcul précédent, il faut enlever 32 à la température en Fahrenheit puis diviser le résultat par 1,8 donc $\text{g}(x) = \dfrac{x - 32}{1{,}8} = \dfrac{1}{1{,}8}\, x - \dfrac{160}{9} = \dfrac{5}{9}\, x - \dfrac{160}{9}$.

On obtient donc encore une fonction affine.