FONCTIONS POLYNOMES DE DEGRE 2

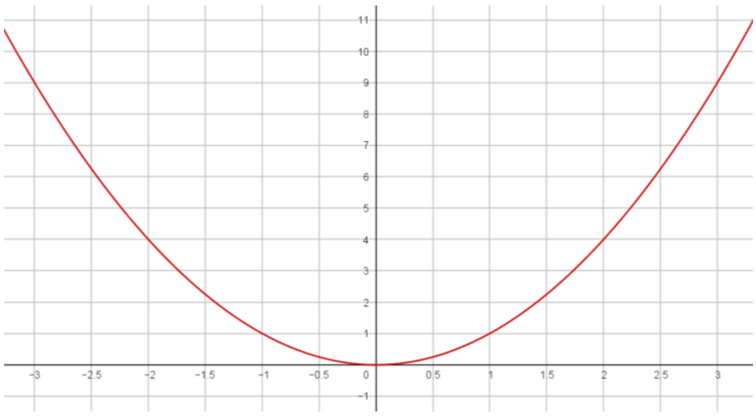
1) Rappel : la fonction carré.

La fonction carré est la fonction définie sur IR par $f(x) = x^2$.

a) Tableau de valeurs :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9

b) Courbe représentative :



Sa représentation graphique est une parabole de sommet S (0 ; 0).
La courbe admet un axe de symétrie qui est l'axe des ordonnées.

c) Sens de variation de la fonction carré

Tableau de variation :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
variations de f	↘	0	↗

La fonction carré est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$

et strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

Le minimum de la fonction carré est 0.

Il est atteint pour $\boldsymbol{x} = 0$.

d) Signe de la fonction carré :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signe de $f(x)$		+	0	+	

Pour tout x réel, $\boldsymbol{x}^2 \geq 0$.

La fonction carré est positive ou nulle sur IR

e) Parité :

On remarque que $(-2)^2 = 4 = 2^2$; $(-5)^2 = 25 = 5^2$

L'image par la fonction carré d'un nombre et de son opposé sont identiques.

$(-x)^2 = x^2$ On dira que la fonction carré est paire.

Toutes les fonctions paires ont l'axe des ordonnées comme axe de symétrie pour leur courbe représentative.

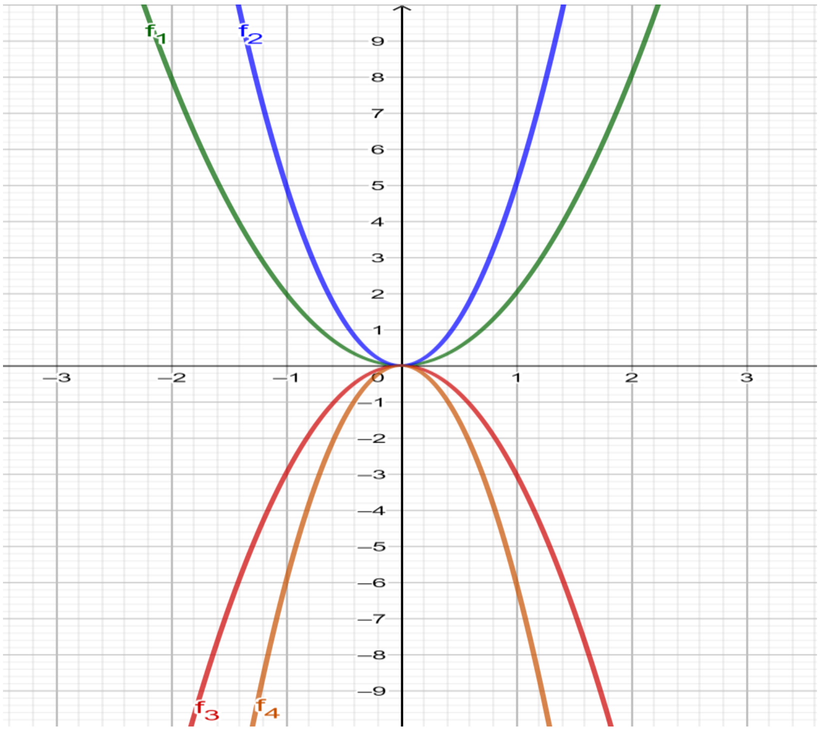
2) Les fonctions du type $f(x) = ax^2$

a) $f_1(x) = 2x^2$; $f_2(x) = 5x^2$; $f_3(x) = -3x^2$; $f_4(x) = -4x^2$

Compléter le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2
$f_1(x)$	8	2	0	2	8
$f_2(x)$	20	5	0	5	20
$f_3(x)$	-12	-3	0	-3	-12
$f_4(x)$	-16	-4	0	-4	-16

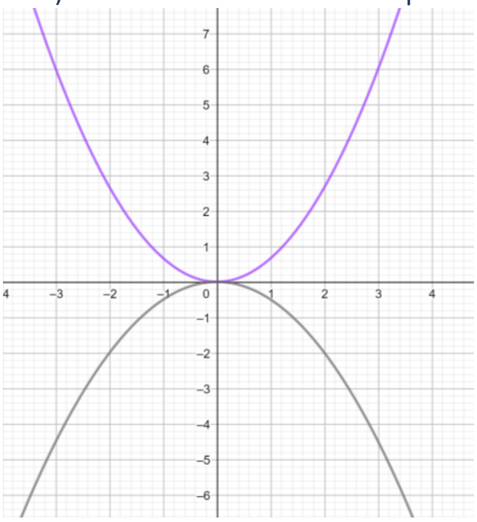
Représenter sur le même graphique les fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4 :



b) Constatations :

Les courbes admettent un axe de symétrie : l'axe des ordonnées.
Elles passent par l'origine du repère, le point (0 ; 0).
Si a est positif, la parabole est tournée vers le haut
Si a est négatif, la parabole est tournée vers le bas

c) Retrouver les fonctions représentées sur le graphique :



La parabole violette est tournée vers le haut, elle admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie et elle passe par (0 ; 0).
Elle représente donc une fonction f du type $f(x) = a\,x^2$ avec $a > 0$.
Elle passe par le point A(3 ; 6) donc $f(3) = 6$

$f(3) = a \times 3^2$ donc $6 = a \times 9$ donc $a = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ donc $f(x) = \frac{2}{3}x^2$.

La parabole noire est tournée vers le bas, elle admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie et elle passe par (0 ; 0).
Elle représente donc une fonction g du type $g(x) = a\,x^2$ avec $a < 0$.
Elle passe par le point B(2 ; – 2) donc $g(2) = -2$

$g(2) = a \times 2^2$ donc $-2 = a \times 4$ donc $a = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$ donc $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$.

3) Les fonctions du type $g(x) = ax^2 + b$

Si a = 1 et b = 0 on retrouve la fonction carré.

a) Quelques exemples :

Pour chaque valeur de a et b suivantes:

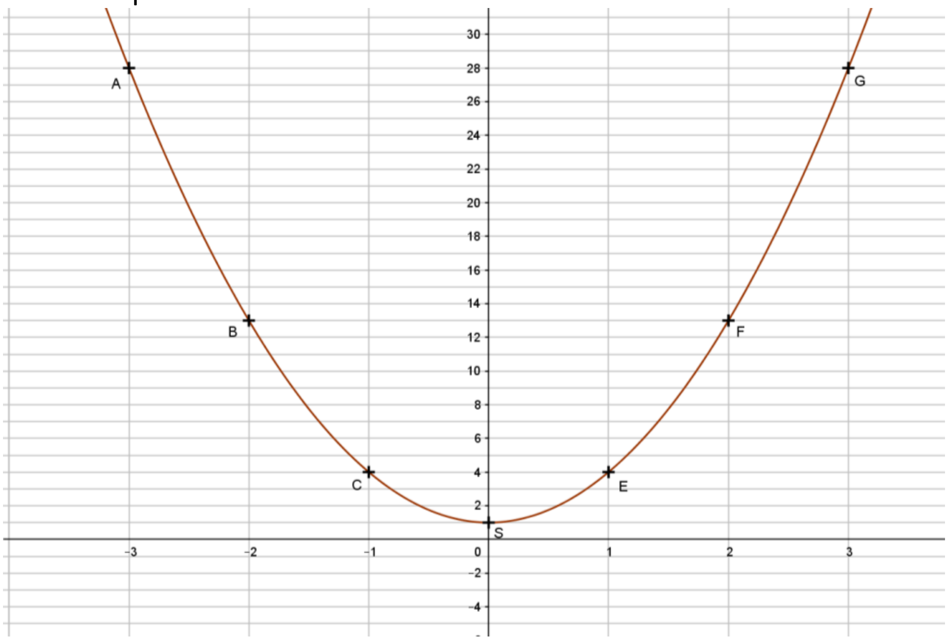
- Ecrire la fonction g correspondante.
- Compléter le tableau de valeurs
- Tracer la courbe représentative, donner son axe de symétrie et les coordonnées de son sommet. Préciser les coordonnées des points d'intersection de la courbe avec les axes de coordonnées.
- Compléter le tableau de variations
- Compléter le tableau de signes.

➢ **a = 3 et b = 1** $g(x) = 3x^2 + 1$

Tableau de valeurs :

x	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3
$g(x)$	28	13	4	1	4	13	28

Courbe représentative :



Axe de symétrie : axe des ordonnées

Coordonnées du sommet : S (0 ; 1)

Intersections avec l'axe des abscisses : Il n'y en a pas

Intersections avec l'axe des ordonnées : y = 1

Tableau de variations :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
variations de g	↘	1	↗

Tableau de signes :

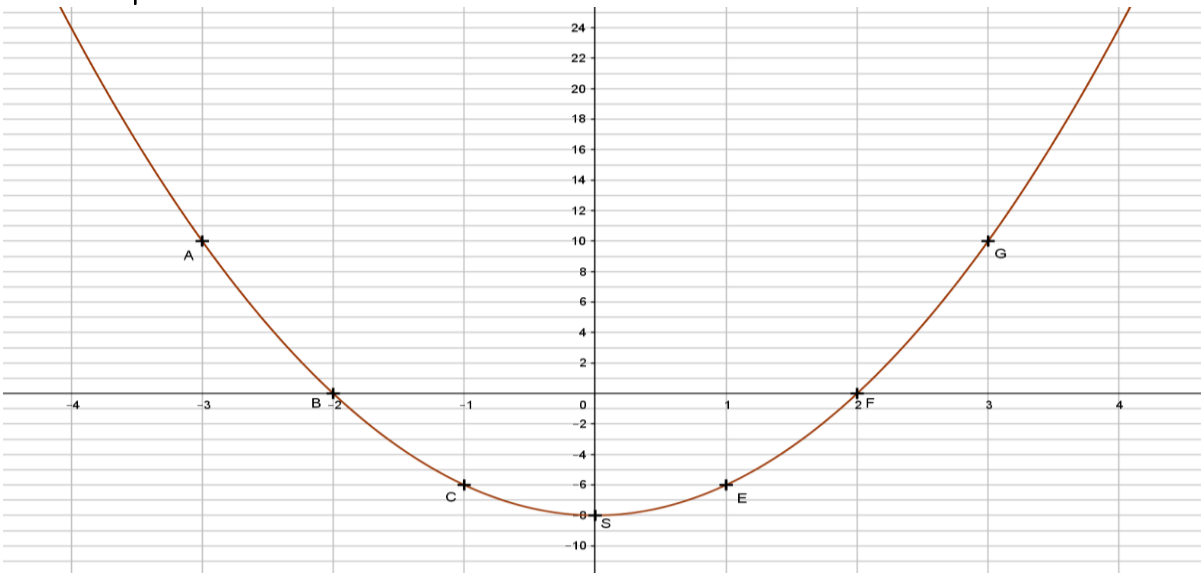
x	$-\infty$		$+\infty$
signes de $g(x)$		+	

- **a = 2 et b = – 8** g(x) = $2x^2 - 8$

Tableau de valeurs :

x	– 4	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3	4
g(x)	24	10	0	– 6	– 8	– 6	0	10	24

Courbe représentative :



Axe de symétrie : axe des ordonnées

Coordonnées du sommet : S (0 ; – 8)

Intersections avec l'axe des abscisses : $x = -2$ et $x = 2$

Intersections avec l'axe des ordonnées : $y = -8$

Tableau de variations :

x	– ∞		0		+ ∞
variations de g		↘	– 8	↗	

Tableau de signes :

x	– ∞		– 2		2		+ ∞
signes de g(x)		+	0	–	0	+	