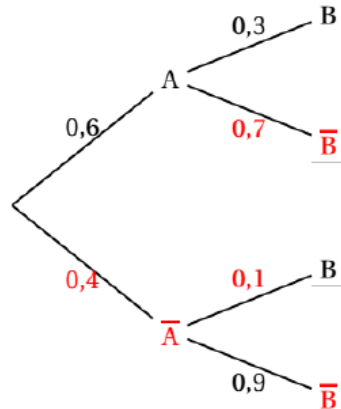


DM3 CORRECTION

Exercices page 350 :

Corrigé exercice 1 :

La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud doit valoir 1. L'ensemble des événements correspondant aux branches issues d'un même nœud doivent constituer une partition de l'univers. On obtient l'arbre suivant.



Corrigé exercice 2 :

$P(A \cap B)$ se calcule de la manière suivante : $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,18$.

Pour calculer $P(B)$, on utilise la formule des probabilités totales : $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(A \cap B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B)$ $P(B) = 0,18 + 0,4 \times 0,1 = 0,22$.

Corrigé exercice 3 :

Par lecture directe sur l'arbre pondéré, $P_A(B) = 0,3$. D'après la définition des probabilités conditionnelles, $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,22} = \frac{9}{11}$.

Corrigé exercice 4 :

On a d'une part, $P(A)P(B) = 0,6 \times 0,22 = 0,132$. D'autre part, $P(A \cap B) = 0,18$. Donc $P(A \cap B) \neq P(A)P(B)$ et A et B ne sont donc pas indépendants.

Corrigé exercice 5 :

Première méthode :

$$P(A \cup B) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) \quad P(A \cup B) = 0,18 + 0,42 + 0,04 \quad P(A \cup B) = 0,64$$

Seconde méthode :

$$\text{L'événement contraire de } A \cup B \text{ est } \bar{A} \cap \bar{B}, \text{ donc : } P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) \quad P(A \cup B) = 1 - 0,4 \times 0,9 \text{ (par lecture de l'arbre)} \quad P(A \cup B) = 0,64$$

Une troisième méthode consiste à utiliser $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Corrigé exercice 6 :

Calcul de l'espérance de X :

$$E(X) = P(X = -1) \times (-1) + P(X = 0) \times 0 + P(X = 1) \times 1 + P(X = 5) \times 5$$

$$E(X) = 0,2 \times (-1) + 0,15 \times 0 + 0,5 \times 1 + 0,15 \times 5 = 1,05$$

Calcul de la variance de X :

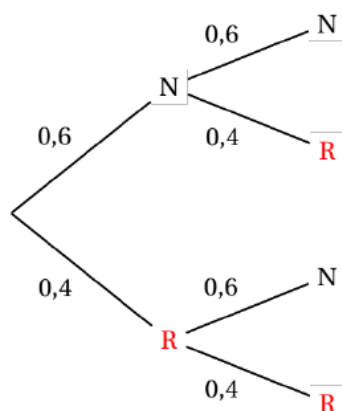
$$V(X) = P(X = -1) \times (-1 - E(X))^2 + \dots + P(X = 5) \times (5 - E(X))^2$$

$$V(X) = 0,2 \times (-1 - 1,05)^2 + 0,15 \times (0 - 1,05)^2 + 0,5 \times (1 - 1,05)^2 + 0,15 \times (5 - 1,05)^2$$

$$V(X) = 3,3475$$

Corrigé exercice 9 :

1. Cette situation peut être représentée par l'arbre suivant.

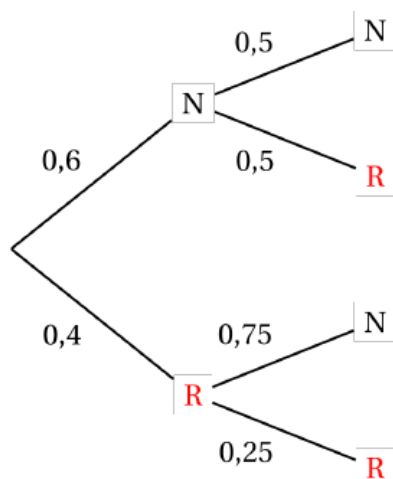


On obtient alors la loi de probabilité suivante.

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,36	0,48	0,16

La formule de l'espérance donne $E(X) = 0,36 \times 0 + 0,48 \times 1 + 0,16 \times 2 = 0,8$.

2. Cette situation peut être représentée par l'arbre suivant.



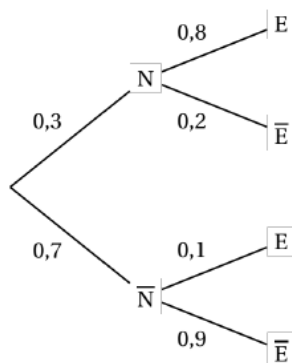
On obtient alors la loi de probabilité suivante.

y_i	0	1	2
$P(Y = y_i)$	0,3	0,6	0,1

La formule de l'espérance donne $E(Y) = 0,3 \times 0 + 0,6 \times 1 + 0,1 \times 2 = 0,8$.

Page 374 n° 108 Partie A

1. a. Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité donc $P(N) = \frac{15}{50} = 0,3$ et $P_N(E) = \frac{8}{10} = 0,8$.
- b. La situation peut être représentée avec l'arbre pondéré suivant.



2. $P(N \cap E) = P(N) \times P_N(E) = 0,3 \times 0,8 = 0,24$ La probabilité que le client trouve un numéro entre 1 et 15 et une étoile est égale à 0,24.
3. D'après la formule des probabilités totales $P(E) = P(N \cap E) + P(\bar{N} \cap E) = 0,24 + 0,7 \times 0,1 = 0,31$. La probabilité que le client gagne un bon d'achat est égale à 0,31.
4. D'après la définition des probabilités conditionnelles $P_E(N) = \frac{P(E \cap N)}{P(E)} = \frac{0,24}{0,31} = \frac{24}{31}$. Sachant qu'il a gagné un bon d'achat, la probabilité que le client ait obtenu un numéro entre 1 et 15 à la première étape est $\frac{24}{31}$.