Fiche d'exercices: Révisions Fonction Exponentielle

28 Compléter les pointillés dans chaque égalité.

1. $e^{\cdots} \times e^{7} \times e^{-2} = e^{3}$
2. $(e^{3})^{4} \times e^{\cdots} = e^{3} \times e^{-1}$
3. $\dfrac{e^{\cdots}}{e^{3}} = e^{-1}$
4. $\dfrac{e}{e^{\cdots}} = \dfrac{e^{2}}{e^{5}}$

29 x est un nombre réel. Simplifier les expressions.

1. $e^{-2x+1} \times e^{x+3}$
2. $e^{x+4} \times (e^{x})^{2} \times e^{-2x}$
3. $e^{x} \times e$
4. $e^{x} \times xe^{x}$

30 x est un nombre réel. Simplifier les expressions.

1. $\dfrac{e^{x} \times (e^{x})^{2}}{e^{2x}}$
2. $\dfrac{e^{x+4}}{e^{4x}}$
3. $\dfrac{1}{e^{3-2x}}$

31 Déterminer le signe des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x) = 3e^{x}$
2. $g(x) = 2e^{-5x}$
3. $h(x) = -\sqrt{2}e^{-3x}$

32 Déterminer le signe des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x) = \dfrac{1+e^{4x}}{x^{2}+2}$
2. $g(x) = \dfrac{-9}{-2-e^{-8x}}$

33 Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x) = 3e^{x} - 5x^{2} + 2$
2. $f(x) = x - 4e^{x} + 1$
3. $f(x) = e^{x} + e^{3}$
4. $f(x) = xe^{x}$

34 Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et en déduire son tableau de variations.

1. $f(x) = e^{3x}$
2. $f(x) = e^{-2x}$
3. $f(x) = e^{-x+4}$
4. $f(x) = 5e^{x+6}$

35 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $e^{x} = e^{-2}$
2. $e^{x} = e$
3. $e^{x+2} = e^{3}$
4. $e^{2x+1} = e$
5. $e^{x} = 1$
6. $e^{x} + 4 = 0$
7. $e^{x^{2}} = e$
8. $e^{x^{2}+1} = 1$

36 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $e^{-x} = 1$
2. $e^{2x-3} = e$
3. $5e^{3x+1} = 5$
4. $-2e^{x^{2}} = 3$

37 Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $e^{2x} > e^{-2}$
2. $e^{-3x} < e$
3. $e^{3x-5} \geqslant e^{-3}$
4. $e^{-2x-1} \leqslant 1$

50 [Calculer.]

Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $A = e^{2} \times e^{32} \times e^{8}$
2. $B = \dfrac{e}{e^{5}}$
3. $C = \dfrac{(e^{7})^{3} \times e^{4}}{e^{-4}}$

51 [Calculer.]

x est un réel quelconque. Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $a(x) = e^{2x} \times (e^{x})^{2} \times e^{-3x}$
2. $b(x) = \dfrac{e^{x^{2}}}{e^{x}}$
3. $c(x) = \dfrac{e^{x-1} \times e^{4x}}{e^{x}}$
4. $d(x) = \dfrac{e^{-2x}}{e^{-3x} \times e^{x+1}}$

52 [Calculer.]

t est un réel quelconque. Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $d(t) = e^{3t} \times e^{1-6t} \times (e^{2t+1})^{3}$
2. $e(t) = \dfrac{e^{8t-3}}{e^{2t+5}}$
3. $f(t) = \dfrac{e^{-2t+1} \times e^{6t+5}}{e^{-4t-2}}$

53 [Calculer.]

n est un entier rèlatif quelconque. Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $u(n) = e^{2n+1} \times e^{3n-4}$
2. $v(n) = \dfrac{e^{5n-3}}{e^{-2n+1}}$
3. $w(n) = (e^{2n-1})^{2} \times e^{3n+4}$

54 [Calculer.]

x est un réel quelconque. Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $g(x) = (e^{4x-5} \times e^{3x+2})^{3}$
2. $h(x) = \dfrac{e^{3x}}{e^{-x} \times (e^{-3x})^{2}}$

56 [Calculer.]

Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $A = e^{4}(e^{3} + e^{7})$
2. $B = (e^{2} + e^{6})(e^{3} + e)$
3. $C = (e^{8} - e^{2})(e^{6} + 1)$
4. $D = (e^{-2} + e^{3})(e^{-2} - e^{8})$

57 [Calculer.]

Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $A = (e^{3} + e^{5})^{2}$
2. $B = (e^{2} - e^{-2})^{2}$
3. $C = (e^{6} - e^{-4})(e^{6} + e^{-4})$
4. $D = (2e^{4} - 3e^{-1})^{2}$

58 [Calculer.]

t est un réel quelconque. Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $A(t) = (e^{t} - 1)(e^{t} + 1)$
2. $B(t) = (e^{t} + 3)^{2}$
3. $C(t) = (e^{2t} - 2)^{2}$

59 [Calculer.]

x est un réel quelconque. Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $D(x)=(e^{x}+e^{-2x})^2$
2. $E(x)=(e^{3x}-e^{5x})^2$
3. $F(x)=(e^{-2x}-e^{x})(e^{-2x}+e^{x})$

60 [Calculer.]

x est un réel quelconque. Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $O(x)=(e^{x}+e^{-x})^2+(e^{x}-e^{-x})^2$
2. $P(x)=(e^{x}+e^{-x})^2-(e^{x}-e^{-x})^2$

61 [Calculer.]

Démontrer les égalités suivantes pour tout réel x.

1. $\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}}=1-e^{-x}$
2. $\dfrac{1}{e^{x}+1}=\dfrac{e^{x}-1}{e^{2x}-1}$

62 [Calculer.]

Démontrer l'égalité suivante pour tout réel x.

$(e^{x}+e^{-x})(e^{2x})^2=e^{3x}(e^{2x}+1)$

68 [Raisonner.]

On cherche une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que, pour tout $x\in\mathbb{R}$, $4f'(x)+3f(x)=0$. Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont solutions de cette équation ?

1. $g : x \mapsto e^{x}$
2. $h : x \mapsto 0$
3. $p : x \mapsto e^{-\frac{3x}{4}}$
4. $q : x \mapsto 4e^{-3x}$

69 [Calculer.]

Dans chaque cas, déterminer la fonction dérivée de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x)=5e^{x}-x^2$
2. $f(x)=xe^{x}$
3. $f(t)=2e^{-t}+6t^3-3e^5$
4. $f(t)=e^{-3}\times e^{2t}+e^{-4t}$
5. $f(t)=-8te^{-3t+1}$

70 [Calculer.]

Déterminer la fonction dérivée, sous forme factorisée, de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x)=(x+1)e^{x}$
2. $f(x)=(-2x+3)e^{x}$
3. $f(x)=x^2e^{x}$
4. $f(x)=(x^2-3x+1)e^{x}$

71 [Calculer.]

Déterminer la fonction dérivée de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

1. $f(x)=\dfrac{e^{x}}{x}$
2. $f(x)=\dfrac{x}{e^{x}-1}$

72 [Calculer.]

Pour chaque fonction f définie ci-dessous, donner le domaine de définition ainsi que l'expression de la fonction dérivée f'.

1. $f(x)=\dfrac{x}{e^{x}}$
2. $f(x)=\dfrac{e^{x}+1}{e^{x}-1}$
3. $f(x)=e^{x}+1$
4. $f(t)=\dfrac{e^{t}+1}{t-1}$

73 [Calculer.]

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $e^{x-4}=e$
2. $e^{x^2+x}=1$
3. $e^{-x^2}=\dfrac{1}{e}$
4. $3+e^{x}=1$

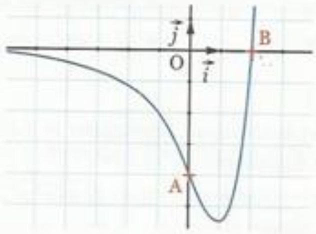
74 [Calculer.]

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $(e^{x}-1)(e^{x}+1)=0$
2. $(3x+1)e^{x}=0$
3. $(2x-1)e^{x}=e^{x}$
4. $xe^{x+3}=2e^{x+3}$
5. $-e^{x^2+3}=\dfrac{1}{e^{x+3}}$

76 [Chercher.]

On a tracé la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. On sait que pour tout réel x, $f(x)=(ax+b)e^{x}$, où a et b sont des réels.



1. Déterminer graphiquement $f(0)$ et $f(2)$.
2. En déduire la valeur des réels a et b.

77 [Calculer.]

1. Montrer que, pour tout réel t, on a $3t^2+5t-2=(3t-1)(t+2)$.
2. En déduire la résolution de $(3t^2+5t-2)e^{2t-1}=0$.

78 [Calculer.]

Résoudre le système d'équations suivant $\begin{cases} e^{x}\times e^{y}=e^{3} \\ \dfrac{e^{x}}{e^{y}}=1 \end{cases}$

79 [Calculer.]

Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $e^{x+3}<e^{4}$
2. $e^{-2x+1}>e^{x-7}$
3. $e^{9t-1}\leqslant e^{4t}$
4. $e^{t+4}\geqslant e^{-3t}$

80 [Calculer.]

Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $e^{x+1}<1$
2. $-3e^{x^2-4}>4$
3. $e^{-2x+5}\geqslant 0$
4. $e^{x+4}\leqslant\dfrac{1}{e^{3x}}$

89 [Raisonner.] DÉMO

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - x - 1$.

1. Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle au point d'abscisse $x = 0$.

2. Tracer dans un repère la courbe représentant la fonction exponentielle ainsi que sa tangente au point d'abscisse $x = 0$.

3. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

4. Montrer que, pour tout réel x, $f(x) \geqslant 0$.

5. En déduire que la courbe représentative de la fonction exponentielle est toujours au-dessus de sa tangente au point d'abscisse 0.

91 [Calculer.]

On considère la fonction h définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $h(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

1. Montrer que la courbe représentative de h dans un repère admet l'origine comme centre de symétrie.

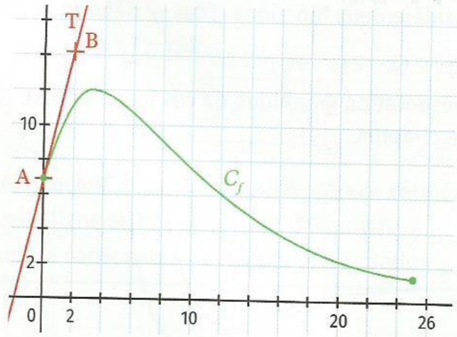
2. Montrer que h est dérivable sur $\mathbb{R}$.

3. Montrer que la fonction h vérifie $h' = 1 - h^2$.

93 [Représenter.]

D'après Bac ES - Asie - 2018.

On a tracé sur le graphique ci-dessous la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $I = [0 ; 25]$ par $f(x) = (ax + b)e^{-0,2x}$ où a et b sont deux nombres réels. On a représenté également sa tangente T au point $A(0 ; 7)$. T passe par le point $B(2 ; 14,2)$.



1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 6$.

2. a. Par lecture graphique, donner $f(0)$.

b. Écrire $f(0)$ en fonction de a et b.

c. En déduire que sur I, $f(x) = (ax + 7)e^{-0,2x}$.

3. a. Quel est le coefficient directeur de la droite T ?

b. Exprimer, pour tout $x \in I$, $f'(x)$ en fonction de a.

c. En déduire que, pour tout $x \in I$, $f(x) = (5x + 7)e^{-0,2x}$.

4. On souhaite connaître le maximum de la fonction f sur I.

a. Montrer que, pour tout $x \in I$, $f'(x) = (-x + 3,6)e^{-0,2x}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ puis les variations de f sur I.

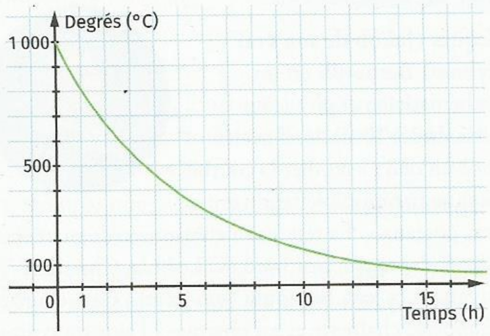
c. En déduire le maximum de f sur I.

96 [Modéliser.]

D'après Bac S - Pondichery - 2018.

Dans une usine, un four cuit des céramiques à la température de 1 000°C. À la fin de la cuisson, il est éteint.

On s'intéresse à la phase de refroidissement du four, qui débute dès l'instant où il est éteint. La courbe représente la température du four en fonction du temps. La température du four, à l'instant t, est donnée par la fonction f définie pour tout nombre réel $t \geqslant 0$ par : $f(t) = 980e^{-\frac{t}{5}} + 20$.



1. Au bout de combien de temps la température est-elle inférieure à 200°C ?

2. Calculer $f'(t)$ pour tout nombre $t \geqslant 0$ et en déduire les variations de f.

3. Démontrer que la température à l'intérieur du four ne peut jamais être inférieure à 20°C.

4. Montrer que, pour tout $t \geqslant 0$: $f'(t) + \frac{1}{5}f(t) = 4$.

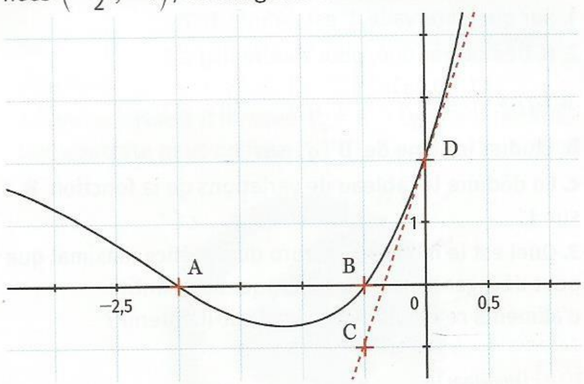
97 [Représenter.]

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{kx}$ où a, b, c et k sont des réels fixés.

La courbe représentative de la fonction f est donnée dans un repère orthogonal.

Celle-ci passe par les points A, B et D de coordonnées respectives $(-2\,;0)$, $\left(-\frac{1}{2}\,;0\right)$ et $(0\,;2)$.

De plus, la droite (CD), où C est le point de coordonnées $\left(-\frac{1}{2}\,;-1\right)$, est tangente à la courbe en $x = 0$.



À l'aide de toutes ces informations, retrouver les valeurs des paramètres a, b, c et k.

100 [Modéliser.]

Une entreprise fabrique x centaines d'objets, où x appartient à l'intervalle $[0\,;40]$.

On suppose que toute la production de l'entreprise est vendue et que le bénéfice, en milliers d'euros, de cette entreprise peut être modélisé par une fonction f définie sur $[0\,;40]$ par $f(x) = (10x - 10)e^{-0,1x}$.

1. Déterminer la perte de l'entreprise lorsqu'il n'y a pas de production.

2. Quelle doit être la production de l'entreprise pour réaliser un bénéfice maximal ? Quel sera alors le montant de ce bénéfice ?

3. À partir de quelle quantité produite et vendue l'entreprise réalise un bénéfice ?