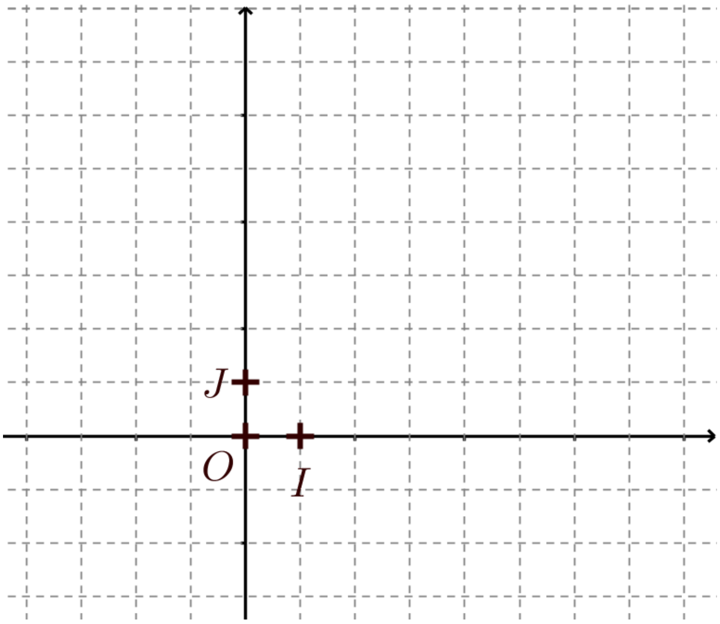
FICHE DE REVISIONS SUR LES VECTEURS

2nde DEVOIR SURVEILLE (1h)

Chaque question est indépendante. Le devoir doit être rédigé sur une feuille double.

Dans le repère (O; I, J) ci-contre, on donne les points de coordonnées suivants :
A (− 1;4) ; B (− 2;1) ; C (3;0) et D (4;3) .

1) Placer les points dans le repère (O; I, J) .



2) Calculer les coordonnées du milieu M du segment [AC] puis celles du milieu N du segment [BD] .

3) Que peut-on alors dire de la nature du quadrilatère ABCD ?

4) Soit E le point de coordonnées (1 ; 2).
   a) Calculer les longueurs AB, BE et EA .
   b) En déduire la nature du triangle ABE.

5) Soit G le point de coordonnées (6 ; 7). Placer G.
   Soit F le point défini par la relation suivante : $\overrightarrow{\mathbf{GF}} = 2\overrightarrow{\mathbf{AB}} + \overrightarrow{\mathbf{AE}} - \overrightarrow{\mathbf{AC}}$.
   a) Placer le point F.
   b) Déterminer par le calcul, les coordonnées du point F.

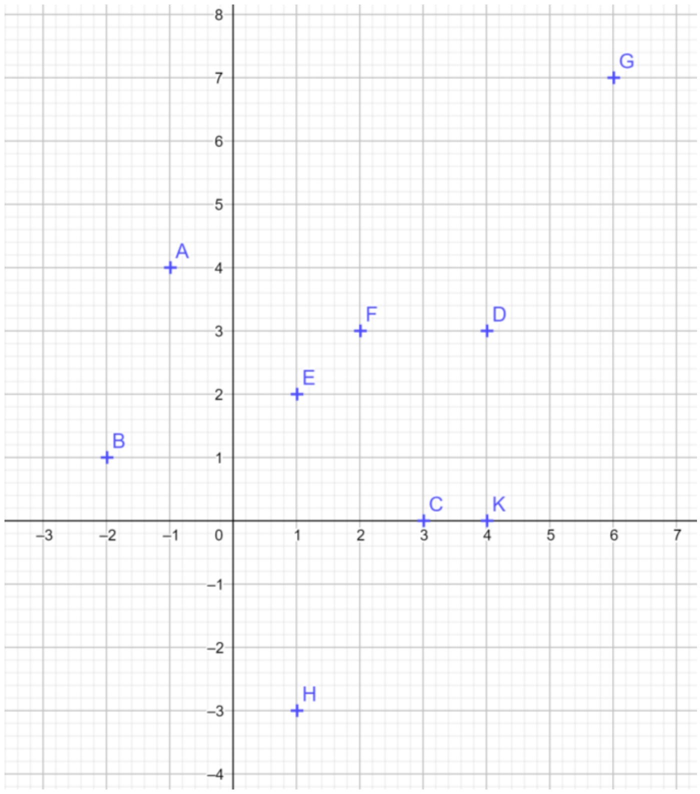
6) Soit K le point de coordonnées (4 ; 0). Les points E, A et K sont-ils alignés ? (justifier).

7) Soit H le point de coordonnées (1 ; -3). Les droites (AB) et (DH) sont-elles parallèles ? (justifier).

CORRECTION

Dans le repère (O; I, J) ci-contre, on donne les points de coordonnées suivants :
A (− 1;4) ; B (− 2;1) ; C (3;0) et D (4;3) .

1) Placer les points dans le repère (O; I, J) .



2) Calculer les coordonnées du milieu M du segment [AC] puis celles du milieu N du segment [BD].

$$M\left(\frac{x_A+x_C}{2}, \frac{y_A+y_C}{2}\right) \text{ donc } M\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{4+0}{2}\right) \text{ donc } M(1\,;2)$$

$$N\left(\frac{x_B+x_D}{2}, \frac{y_B+y_D}{2}\right) \text{ donc } N\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{1+3}{2}\right) \text{ donc } N(1\,;2)$$

3) Que peut-on alors dire de la nature du quadrilatère ABCD ?

Les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme .

4) Soit E le point de coordonnées (1 ; 2).

a) Calculer les longueurs AB, BE et EA .

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-2-(-1))^2 + (1-4)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$BE = \sqrt{(x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2} = \sqrt{(1-(-2))^2 + (2-1)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$EA = \sqrt{(x_A - x_E)^2 + (y_A - y_E)^2} = \sqrt{(-1-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

b) En déduire la nature du triangle ABE.

AB = BE donc ABE est isocèle en B.

5) Soit G le point de coordonnées (6 ; 7). Placer G.

Soit F le point défini par la relation suivante : $\overrightarrow{\mathbf{GF}} = 2\overrightarrow{\mathbf{AB}} + \overrightarrow{\mathbf{AE}} - \overrightarrow{\mathbf{AC}}$.

a) Placer le point F.

b) Déterminer par le calcul, les coordonnées du point F.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2-(-1) \\ 1-4 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ donc $2\,\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 1-(-1) \\ 2-4 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 3-(-1) \\ 0-4 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$ donc $-\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$

Donc $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2+2+(-4) \\ -6+(-2)+4 \end{pmatrix}$

Donc $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{GF}\begin{pmatrix} x_F-6 \\ y_F-7 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GF} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F-6=-4 \\ y_F-7=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F=-4+6=2 \\ y_F=-4+7=3 \end{cases}$ donc F(2 ; 3).

6) Soit K le point de coordonnées (4 ; 0). Les points E, A et K sont-ils alignés ? (justifier).

$\overrightarrow{EA}\begin{pmatrix} -1-1 \\ 4-2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{EA}\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EK}\begin{pmatrix} 4-1 \\ 0-2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{EK}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\det(\overrightarrow{EA}\,;\,\overrightarrow{EK}) = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = (-2)\times(-2) - 2\times 3 = 4-6 = -2 \neq 0$

donc $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{EK}$ ne sont pas colinéaires

donc E , A et K ne sont pas alignés.

7) Soit H le point de coordonnées (1 ; -3). Les droites (AB) et (DH) sont-elles parallèles ? (justifier).

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DH}\begin{pmatrix} 1-4 \\ -3-3 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DH}\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$

$\det(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{DH}) = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ -3 & -6 \end{vmatrix} = (-1)\times(-6) - (-3)\times(-3) = 6-9 = -3 \neq 0$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DH}$ ne sont pas colinéaires

Donc (AB) et (DH) ne sont pas parallèles.