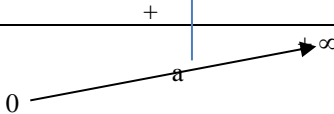


# LA FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

## I. Définition et conséquences :

### 1) Définition :

On connaît le tableau de variations de la fonction exponentielle.

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
signe de $e^x$		+	
variations de $e^x$			

Soit  $a$  un réel strictement positif.

On sait que la fonction exponentielle est continue et strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 ; \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \text{ et } a \in ]0 ; +\infty[.$$

donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire, il existe un unique réel  $\alpha$  tel que  $e^\alpha = a$ .

Ce réel  $\alpha$  sera appelé logarithme népérien de  $a$ .

Conclusion :  $e^x = a$  avec  $a > 0 \Leftrightarrow x = \ln a$ .

Exemples :

$e^x = 1 \Leftrightarrow x = \ln(1)$	Or $e^0 = 1$ donc	<b><math>\ln(1) = 0</math></b>
$e^x = e \Leftrightarrow x = \ln(e)$	Or $e = e^1$ donc	<b><math>\ln(e) = 1</math></b>

### 2) Conséquences algébriques :

$$e^x = a \text{ avec } a > 0 \Leftrightarrow x = \ln a \text{ donc } e^{\ln a} = a \text{ et } x = \ln e^x$$

On en déduit que :

$$e^{\ln x} = x \text{ pour tout } x > 0 \text{ et } \ln(e^x) = x \text{ pour tout réel } x.$$