

Chapitre 5 SUITES ARITHMETIQUES ET GEOMETRIQUES

I. Suites arithmétiques :

1) Exemple :

On donne la suite de nombres : $-8 ; -5 ; -2 ; 1 ; 4 ; 7$.

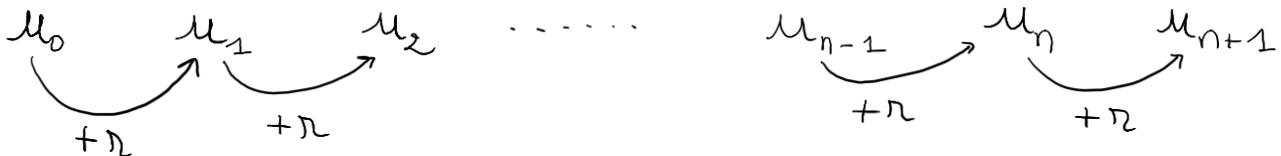
Trouver comment passer d'un terme au terme suivant.

On passe d'un terme au suivant en ajoutant 3.

On dira que cette suite est **arithmétique** de raison $r = 3$.

2) Définition :

Une suite est arithmétique si l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre . Ce nombre est appelé la raison de la suite et il est noté r .



Si (u_n) est une suite arithmétique alors $u_{n+1} = u_n + r$.

3) Propriété :

La suite (u_n) sera arithmétique si et seulement si $u_{n+1} - u_n$ ne dépend pas de n .

Exemple : On donne la suite (u_n) définie par $u_n = 2n + 5$. Cette suite est-elle arithmétique ?

1) Calculer u_{n+1} .

$$u_{n+1} = 2(n+1) + 5 = 2n + 2 + 5 = 2n + 8.$$

2) Calculer $u_{n+1} - u_n$

$$u_{n+1} - u_n = 2n + 8 - (2n + 5) = 2n + 8 - 2n - 5 = 3$$

3) Conclure.

$$u_{n+1} - u_n = 3 \text{ donc } u_{n+1} = u_n + 3$$

On passe d'un terme au suivant en ajoutant 3 donc la suite (u_n) est arithmétique de raison 3 et de premier terme $u_0 = 5$.

4) Sens de variation :

Exemple : 1) On donne la suite définie par $u_{n+1} = u_n + 3$ et $u_0 = -1$. Calculer les trois premiers termes.

$$u_0 = -1 ; u_1 = u_0 + 3 = -1 + 3 = 2 ; u_2 = u_1 + 3 = 2 + 3 = 5$$

La valeur des termes augmente car on ajoute 3 à chaque fois, la suite est croissante.

2) On donne la suite définie par $v_{n+1} = v_n - 5$ et $v_0 = 2$. Calculer les trois premiers termes.

$$v_0 = 2 ; v_1 = v_0 - 5 = 2 - 5 = -3 ; v_2 = v_1 - 5 = -3 - 5 = -8$$

La valeur des termes diminue car on ajoute -5 à chaque fois, la suite est décroissante.

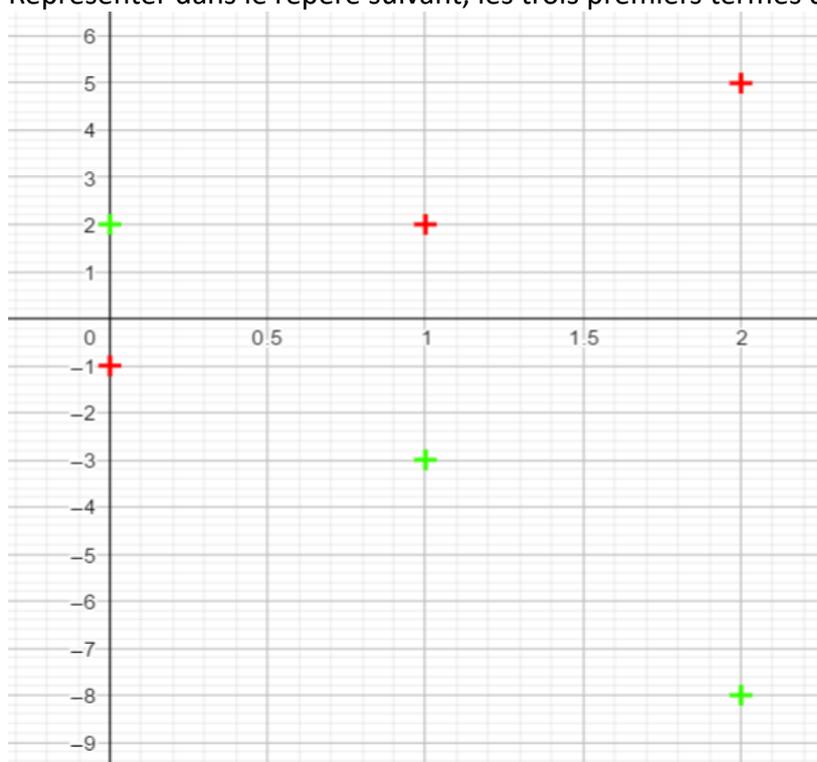
Conclusion : Si r est positive la suite arithmétique est strictement croissante.

Si r est négative la suite arithmétique est strictement décroissante.

Si r est nulle la suite arithmétique est constante.

5) Représentation graphique :

Représenter dans le repère suivant, les trois premiers termes des deux suites précédentes :



En rouge, la suite (u_n)
et en vert (v_n)