DM1 CORRECTION

Activité page 52

Corrigé question préliminaire

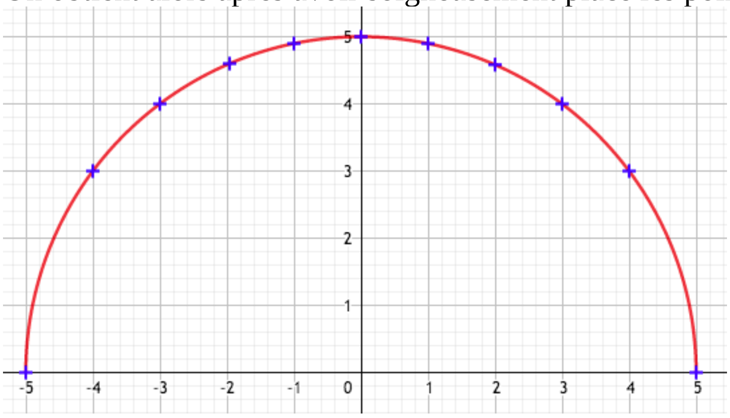
La longueur AB est celle qui ne varie pas avec le point C. On peut, à l'aide des carreaux, déterminer $AB = 6$.

Corrigé partie 1

1. $h(-4) = 3$: lorsque l'abscisse de C est -4, la hauteur issue de C a pour longueur 3.
   $h(0) = 5$: lorsque l'abscisse de C est 0, la hauteur issue de C a pour longueur 5.
   $h(4) = 3$: lorsque l'abscisse de C est 4, la hauteur issue de C a pour longueur 3.
2.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$h(x)$	0	3	4	$\sqrt{21} \approx$ 4,6	$2\sqrt{6} \approx$ 4,9	5	$2\sqrt{6} \approx$ 4,9	$\sqrt{21} \approx$ 4,6	4	3	0

On obtient alors après avoir soigneusement placé les points précédents :



3. Par lecture graphique (ou en s'aidant du tableau), les antécédents de 4 par h sont -3 et 3. Cela signifie que pour que la hauteur issue de C ait pour longueur 4, il faut que l'abscisse du point C soit égale à -3 ou 3.

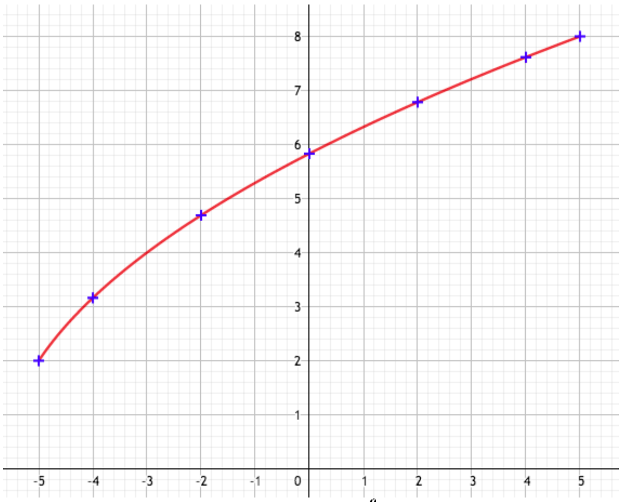
4. On obtient graphiquement $h(x) = 0 \Leftrightarrow x = -5 \text{ ou } x = 5$. Pour que la hauteur issue de C soit de longueur nulle, il suffit que C appartienne à la droite (AB). Comme C appartient au demi-cercle de diamètre $[DE]$, on retrouve bien les abscisses -5 et 5.

Corrigé partie 2

1. $f(-5) = \sqrt{6 \times (-5) + 34} = 2$: lorsque l'abscisse de C est -5, alors la longueur AC est égale à 2 ; ce qui est cohérent avec le contexte.
   $f(-4) = \sqrt{10} \approx 3,2$: lorsque l'abscisse de C est -4, alors la longueur AC est environ égale à 3,2.
   $f(0) = \sqrt{34} \approx 5,8$: lorsque l'abscisse de C est 0, alors la longueur AC est environ égale à $5,8$.
   $f(4) = \sqrt{58} \approx 7,6$: lorsque l'abscisse de C est 4, alors la longueur AC est environ égale à 7,6.
   $f(5) = 8$: lorsque l'abscisse de C est 5, alors la longueur AC est égale à 8.

2. On utilise les valeurs calculées à la question précédente en ajoutant deux valeurs intermédiaires :

x	-5	-4	-2	0	2	4	5
$f(x)$	2	3,2	$\sqrt{22} \approx$ 4,7	5,8	$\sqrt{46} \approx$ 6,8	7,6	8



3. Le seul antécédent de 4 par f est -3.

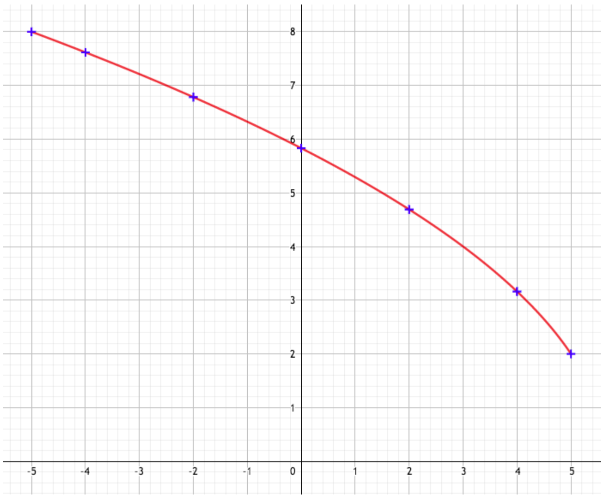
4. Graphiquement, on a $f\left(x\right)=6 \Leftrightarrow x=0,3$. Si on souhaite avoir $AC=6$, alors l'abscisse de C doit être égale à $0,3$.

Corrigé partie 3

1. $g\left(-5\right)=\sqrt{-6\times\left(-5\right)+34}=8$: lorsque l'abscisse de C est -5, alors la longueur BC est égale à 8 ;
ce qui est cohérent avec le contexte.
$f\left(-4\right)=\sqrt{58}\approx 7,6$: lorsque l'abscisse de C est -4, alors la longueur BC est environ égale à 7,6.
$f\left(0\right)=\sqrt{34}\approx 5,8$: lorsque l'abscisse de C est 0, alors la longueur BC est environ égale à $5,8$.
$f\left(4\right)=\sqrt{10}\approx 3,2$: lorsque l'abscisse de C est 4, alors la longueur BC est environ égale à 3,2.
$f\left(5\right)=2$: lorsque l'abscisse de C est 5, alors la longueur BC est égale à 2.

2. On utilise les valeurs calculées à la question précédente en ajoutant deux valeurs intermédiaires :

x	-5	-4	-2	0	2	4	5
$g(x)$	8	7,6	$\sqrt{46}\approx$ 6,8	5,8	$\sqrt{22}\approx$ 4,7	3,2	2



3. Le seul antécédent de 4 par g est 3.

4. Graphiquement, on a $g\left(x\right)=6 \Leftrightarrow x=-0,3$: pour que la longueur BC soit égale à 6, il faut et il suffit que l'abscisse de C soit égale à $-0,3$.

Corrigé mise en commun

1. Chaque partie permet de contribuer à compléter le tableau ci-dessous :

x	-5	-4	-3	$-0,3$	0	$0,3$	3	4	5
$h(x)$	0	3	4	≈ 5	5	≈ 5	4	3	0
$f(x)$	2	3,2	4	$\approx 5,7$	5,8	≈ 6	7,2	7,6	8
$g(x)$	8	7,6	7,2	≈ 6	5,8	$\approx 5,7$	4	3,2	2

2. Le triangle ABC est aplati si, et seulement si, le point C appartient à la droite AC donc si, et seulement si, la hauteur issue de C est de longueur nulle donc si, et seulement si, $h(x) = 0$. D'après la partie 1, on obtient $x = -5$ ou $x = 5$.
   Si $x = -5$: $AC = f(-5) = 2$; $BC = g(-5) = 8$ et $AB = 6$.
   Si $x = 5$: $AC = f(5) = 8$; $BC = g(5) = 2$ et $AB = 6$.

3. Le triangle ABC est rectangle lorsque $h(x) = f(x)$ (rectangle en A) ou bien $h(x) = g(x)$ (rectangle en B). En revanche, ABC ne peut pas être rectangle en C car pour cela, il faudrait que C soit sur le cercle de diamètre $[AB]$.
   On trouve : $x = -3$ ou $x = 3$.

4.
   a. Le triangle ABC est isocèle en C si et seulement si $f(x) = g(x)$.
   On trouve comme unique solution $x = 0$. Dans ce cas, $AC = BC = 5,8$ et $AB = 6$.
   L'aire de ABC est alors : $\frac{1}{2} \times AB \times h(0) = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15$.

   b. ABC peut être isocèle en A soit : $AC = AB$ donc $f(x) = 6$.
   On trouve comme unique solution $x \approx 0,3$.

   ABC peut être isocèle en B soit : $BC = AB$ donc $g(x) = 6$.
   On trouve comme unique solution : $x \approx -0,3$.

   c. Le triangle ABC ne peut pas être équilatéral : dans ce cas, il faudrait que $AB = AC = BC$ donc que $f(x) = g(x) = 6$ ce qui n'est pas compatible avec les deux points précédents ($x \approx -0,3$ et $x \approx 0,3$).

<u>Exercice 81 page 24 :</u>

1) $3x + 7 = x - 1$
$2x + 7 = -1$
$2x = -8$
$x = -4$
S = { – 4 }

2) $6 - x = x + 14$
$6 = 2x + 14$
$2x = -8$
$x = -4$
S = { – 4 }

3) $3(x + 7) = 4x + 9$
$3x + 21 = 4x + 9$
$3x + 21 - 4x = 9$
$-x = 9 - 21$
$x = 12$
S = { 12 }

4) $2(x - 4) = 7x - 2$
$2x - 8 = 7x - 2$
$-5x - 8 = -2$
$-5x = 6$
$x = -\frac{6}{5} = -1,2$
S = { – 1,2 }

Exercice 82 page 24

1. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
Donc $(x+3)(x-7)=0$ est équivalent à $x+3=0$ ou $x-7=0$.
$x = -3$ ou $x = 7$
S = { – 3 ; 7 }

2. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
Donc $(2x-3)(x+6)=0$ est équivalent à $2x-3=0$ ou $x+6=0$
$2x = 3$ ou $x = -6$
$x = \frac{3}{2}$
S = { $\frac{3}{2}$; – 6 }

3. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
Donc $x(x+1)=0$ est équivalent à $x=0$ ou $x+1=0$
$x = -1$
S = { 0 ; – 1 }

4. $x^3-x=0$
$x(x^2-1)=0$ On factorise x
$x(x+1)(x-1)=0$ On utilise le produit remarquable pour factoriser x^2-1.
Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
$x(x+1)(x-1)=0$ est donc équivalent à $x=0$ ou $x+1=0$ ou $x-1=0$
$x = -1$ ou $x = 1$
S = { 0 , 1 ; – 1 }

Exercice 27 page 184

1. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{k}$ sont égaux. Les vecteurs $\vec{p}$ et $\vec{c}$ le sont aussi.
Les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{k}$ sont opposés. Les vecteurs $\vec{w}$ et $\overrightarrow{AB}$ aussi. Ainsi que les vecteurs $\overrightarrow{ML}$ et $\vec{p}$ et les vecteurs $\overrightarrow{ML}$ et $\vec{c}$.
Les vecteurs $\overrightarrow{HI}$ et $\overrightarrow{FG}$ ont la même norme. Les vecteurs égaux et opposés précédemment cités ont aussi forcément la même norme.

2. L'image de F par la translation de vecteur $\overrightarrow{LM}$ est A.

3. A est l'image de B par la translation de vecteur $-\vec{k}$ (ou de vecteur $\vec{w}$).

Exercice 31 page 185

On obtient la figure ci-dessous.