

Chapitre 2 Les phénomènes aléatoires

I. Rituels : Automatismes

Rituel 5



- 1 Combien de temps faut-il à un cycliste, en minute, pour parcourir 45,5 km à une vitesse moyenne de 26 km/h ?
- 2 Calculer $-\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (2+1) \times \left(3 - \frac{4}{3}\right)$.
- 3 Donner l'écriture décimale de $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$.
- 4 Un prix augmente de 5 % et ensuite de 3 %. Calculer le taux d'évolution global correspondant à ces deux augmentations successives.
- 5 Quelle est la longueur, arrondie au cm près, du côté d'un carré d'aire 30 m² ?

Rituel 6

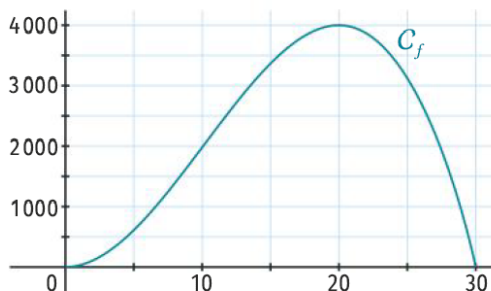
- 1 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2x - 1 = \frac{1}{3}x + 2$.
- 2 Une pièce rectangulaire a pour dimensions 2,39 m de largeur et 4,98 m de longueur. Déterminer un ordre de grandeur de sa surface au sol.
- 3 Calculer $3 - 5 \times 2 - 6 \div 4$.
- 4 Calculer 40 % de 80.
- 5 Par combien faut-il multiplier son salaire pour qu'il augmente de 3,5 % ?

Rituel 7

- 1 Donner un ordre de grandeur de la surface d'un terrain de football rectangulaire de longueur 101 m et de largeur 69 m.
- 2 Déterminer le nombre de secondes dans 1 h 30.
- 3 Écrire $\frac{12}{16}$ sous forme d'un pourcentage.
- 4 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2x^2 - 98 = 0$.
- 5 Déterminer le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 15 %.

Rituel 8

- 1 On s'intéresse à une fonction f dont la courbe représentative est tracée ci-dessous.



Décrire les variations de cette fonction sur l'intervalle $[0 ; 30]$.

- 2 Écrire $\frac{55}{88}$ sous forme décimale.
- 3 Calculer 25 % de 144.
- 4 Le nombre 2 est-il solution de l'équation $3x^2 - 3x + 2 = 0$?
- 5 Donner un ordre de grandeur de $19\,994 \times 21$.

II. Fréquences marginales ou conditionnelles :

1) Activité 1 : Efficacité d'un vaccin

Objectif Introduire la notion de fréquence marginale et de fréquence conditionnelle.

Doc. 1

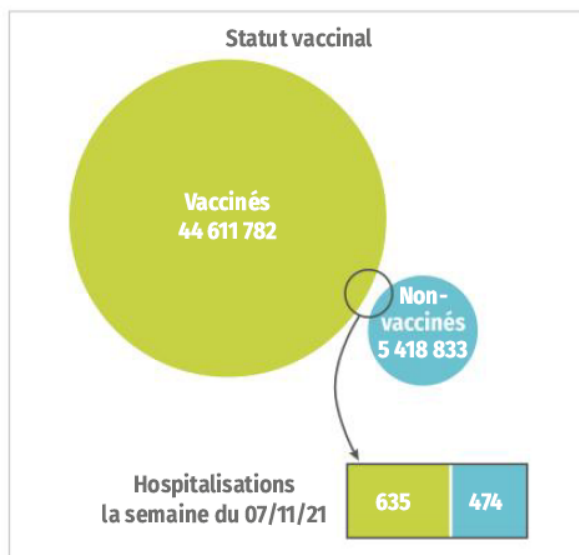
En novembre 2021, alors que 50 390 000 Français présentaient un schéma vaccinal complet, une cinquième vague épidémique à la progression particulièrement rapide apparaît, liée à l'émergence d'un nouveau variant. Sur les réseaux sociaux, plusieurs internautes s'interrogent alors sur l'efficacité du vaccin.

Doc. 3 Tableau d'effectifs à compléter

La population étudiée correspond aux personnes de plus de 20 ans.

	Vaccinés	Non-vaccinés	Total
Hospitalisés la semaine du 07/11/2021			
Non hospitalisés la semaine du 07/11/2021			
Total			

Doc. 2 Statut vaccinal et hospitalisations des Français de plus de 20 ans le 07/11/21



Source : Drees

Questions

- À l'aide des informations du **doc. 2**, compléter le tableau donné au **doc. 3**.
- Quelle est la fréquence des vaccinés dans la population étudiée ? Quelle est la fréquence des non-vaccinés dans la population étudiée ?
 - Ces fréquences calculées par rapport à la population totale sont appelées des **fréquences marginales**. Quelles autres fréquences marginales aurions-nous pu calculer dans cette activité ?
- On étudie maintenant la population formée des personnes de plus de 20 ans hospitalisées la semaine du 07/11/2021.
 - Quelle est la fréquence des vaccinés dans cette population ? Quelle est la fréquence des non-vaccinés dans cette population ? Ces fréquences, qui ne sont pas calculées sur la population totale mais uniquement sur une de ses parties, sont appelées **fréquences conditionnelles**.
 - Les fréquences conditionnelles calculées à la question précédente remettent-elles en question l'efficacité du vaccin ?
- Parmi les vaccinés de plus de 20 ans, quelle est la fréquence des personnes hospitalisées la semaine du 07/11/2021 ?
 - Parmi les non-vaccinés de plus de 20 ans, quelle est la fréquence des personnes hospitalisées la semaine du 07/11/2021 ?

Bilan

Comment distinguer une fréquence marginale d'une fréquence conditionnelle ?

Questions

- 1 À l'aide des informations du **doc. 2**, compléter le tableau donné au **doc. 3**.

	Vaccinés	Non-vaccinés	Total
Hospitalisés la semaine du 07/11/2021	635	474	1109
Non hospitalisés la semaine du 07/11/2021	44 611 147	5 418 359	50 029 506
Total	44 611 782	5 418 833	50 030 615

- 2 a. Quelle est la fréquence des vaccinés dans la population étudiée ? Quelle est la fréquence des non-vaccinés dans la population étudiée ?

$$f = \frac{44\,611\,782}{50\,030\,615} \approx 0,89. \text{ On a } 89\% \text{ de la population française qui a été vaccinée.}$$

$$1 - 0,89 = 0,11. \text{ On a } 11\% \text{ de la population française qui n'a pas été vaccinée.}$$

- b. Ces fréquences calculées par rapport à la population totale sont appelées des **fréquences marginales**. Quelles autres fréquences marginales aurions-nous pu calculer dans cette activité ?

On aurait pu calculer la fréquence des personnes hospitalisées parmi la population étudiée.

- 3 On étudie maintenant la population formée des personnes de plus de 20 ans hospitalisées la semaine du 07/11/2021.

- a. Quelle est la fréquence des vaccinés dans cette population ? Quelle est la fréquence des non-vaccinés dans cette population ? Ces fréquences, qui ne sont pas calculées sur la population totale mais uniquement sur une de ses parties, sont appelées **fréquences conditionnelles**.

$$f = \frac{635}{1109} \approx 0,57. \text{ On a } 57\% \text{ des personnes hospitalisées qui sont vaccinées.}$$

$$1 - 0,57 = 0,43. \text{ On a donc } 43\% \text{ des personnes hospitalisées qui ne sont pas vaccinées.}$$

- b. Les fréquences conditionnelles calculées à la question précédente remettent-elles en question l'efficacité du vaccin ?

On pourrait argumenter en ce sens en disant que plus de la moitié des personnes hospitalisées ont été vaccinées donc le vaccin ne sert pas vraiment mais si on compare la fréquence d'être hospitalisé si on a ou non été vacciné, on voit que le vaccin réduit considérablement le risque d'hospitalisation donc on peut considérer qu'il est efficace.

- 4 a. Parmi les vaccinés de plus de 20 ans, quelle est la fréquence des personnes hospitalisées la semaine du 07/11/2021 ?

$$\frac{635}{44\,611\,782} \approx 1,4 \times 10^{-5}. \text{ Environ } 0,0014\% \text{ des vaccinés ont été hospitalisés.}$$

- b. Parmi les non-vaccinés de plus de 20 ans, quelle est la fréquence des personnes hospitalisées la semaine du 07/11/2021 ?

$$\frac{474}{5\,418\,833} \approx 8,75 \times 10^{-5}. \text{ Environ } 0,00875\% \text{ des non vaccinés ont été hospitalisés.}$$

Ce chiffre est 6 fois plus important que celui des vaccinés ce qui pourrait permettre de justifier la vaccination, en argumentant que le vaccin réduit de manière significative le risque d'hospitalisation.

2) Quelques exemples de calcul de fréquences marginales :

Dans une entreprise de 520 personnes, les salariés se répartissent en 4 catégories : les ouvriers, les commerciaux, les employés administratifs et les cadres dirigeants.

a) On sait que 5% des salariés sont des cadres dirigeants, combien cela représente-t-il de personnes ?

$0,05 \times 520 = 26$. Il y a 26 cadres dirigeants dans cette entreprise.

b) On sait qu'il y a 442 ouvriers. Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les ouvriers ?

$\frac{442}{520} = 0,85$. Il y a 85% d'ouvriers parmi les salariés de l'entreprise.

c) Les employés administratifs sont 10. Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les employés administratifs ?

$\frac{10}{520} \approx 0,02$. Il y a environ 2% d'employés administratifs parmi les salariés de cette entreprise.

d) Le reste des salariés sont des commerciaux. Combien sont-ils ? Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les commerciaux ?

$520 - (26 + 442 + 10) = 520 - 478 = 42$. Il y a 42 commerciaux parmi les salariés de cette entreprise.

$\frac{42}{520} \approx 0,08$. Il y a environ 8% de commerciaux parmi les salariés de cette entreprise.

3) Définitions :

a) Effectif :

On appelle effectif n_A d'une population A, le nombre d'éléments qui constituent A.

Exemple : On appelle A la population des employés administratifs. $n_A = 10$.

b) Proportion ou fréquence marginale :

On appelle fréquence ou proportion d'une population A dans une population de référence E,

le nombre $f(A) = \frac{n_A}{n_E}$.

Exemple : Si E est la population de salariés de l'entreprise, $n_E = 520$.

La proportion d'employés administratifs dans cette entreprise est

$$f(A) = \frac{10}{520} = \frac{1}{52} \approx 0,02$$

On dira qu'environ 2% des salariés de l'entreprise sont des employés administratifs.
($0,02 \times 100 = 2$)

Une proportion ou fréquence est très souvent donnée en pourcentage.

C'est un nombre compris entre 0 et 1 ou entre 0% et 100%.

c) Pour retrouver l'effectif n_A d'une population A quand on connaît la proportion marginale $f(A)$ de cette population (dans la population globale), il suffit de faire **$n_A = f(A) \times n_E$**

Exemple : Pour retrouver le nombre de cadres dirigeants n_C dans l'entreprise sachant qu'ils représentent 5% des salariés, on fait : $n_C = f(C) \times n_E = 0,05 \times 520 = 26$.

4) Quelques exemples de calcul de fréquences conditionnelles :

Dans un club de sport, on connaît les effectifs des adhérents pour chaque discipline en fonction de leur âge.

Age Activité		A	B	C	D	TOTAL
		de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	Plus de 35 ans	
V	Vélo	6	14	20	15	55
G	Aqua-Gym	4	9	18	35	66
S	Step	2	5	12	10	29
TOTAL		12	28	50	60	150

- Combien d'adhérents pratiquent le vélo ? 55
- Combien d'adhérents ont plus de 35 ans ? 60
- Combien d'adhérents de moins de 19 ans pratiquent l'aqua-gym ? 4
- A partir de ce tableau, on peut remplir trois tableaux différents avec des fréquences en pourcentages:

1^{er} tableau : Fréquences marginales

Age Activité		A	B	C	D	TOTAL
		de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	Plus de 35 ans	
V	Vélo	$\frac{6}{150} \times 100 = 4$	$\frac{14}{150} \times 100 \approx 9$	$\frac{20}{150} \times 100 \approx 13$	$\frac{15}{150} \times 100 = 10$	37
G	Aqua-Gym	$\frac{4}{150} \times 100 \approx 3$	$\frac{9}{150} \times 100 = 6$	$\frac{18}{150} \times 100 = 12$	$\frac{35}{150} \times 100 \approx 23$	44
S	Step	$\frac{2}{150} \times 100 \approx 1$	$\frac{5}{150} \times 100 \approx 3$	$\frac{12}{150} \times 100 = 8$	$\frac{10}{150} \times 100 \approx 7$	19
TOTAL		$\frac{12}{150} \times 100 = 8$	$\frac{28}{150} \times 100 \approx 19$	$\frac{50}{150} \times 100 \approx 33$	$\frac{60}{150} \times 100 = 40$	100

Faire une phrase pour les résultats des cases grisées.

Il y a 4% des adhérents du club qui sont âgés de 16 à 18 ans et qui font du vélo.

Il y a 8% des adhérents du club qui sont âgés de 26 à 35 ans et qui font du step.

Pour calculer une fréquence marginale, on divise l'effectif de chaque case par l'effectif total.

$$\text{On note alors } f(A \cap V) = \frac{6}{150} = 0,04 \quad \text{et } f(C \cap S) = \frac{12}{150} = 0,08$$

2^e tableau : Fréquences conditionnelles (par ligne)

Age Activité		A	B	C	D	TOTAL
		de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	Plus de 35 ans	
V	Vélo	$\frac{6}{55} \times 100 \approx 10,9$	$\frac{14}{55} \times 100 \approx 25,4$	$\frac{20}{55} \times 100 \approx 36,4$	$\frac{15}{55} \times 100 \approx 27,3$	100
G	Aqua-Gym	$\frac{4}{66} \times 100 \approx 6,1$	$\frac{9}{66} \times 100 \approx 13,6$	$\frac{18}{66} \times 100 \approx 27,3$	$\frac{35}{66} \times 100 \approx 53$	100
S	Step	$\frac{2}{29} \times 100 \approx 6,9$	$\frac{5}{29} \times 100 \approx 17,2$	$\frac{12}{29} \times 100 \approx 41,4$	$\frac{10}{29} \times 100 \approx 34,5$	100

Faire une phrase pour les résultats des cases grisées.

Parmi les membres du club inscrits au vélo, environ 10,9% ont entre 16 et 18 ans.

Parmi les membres du club inscrits au step, environ 41,4% ont entre 26 et 35 ans.

Pour calculer une fréquence conditionnelle par ligne, on divise l'effectif de chaque case par l'effectif total de la ligne correspondante.

On note alors $f_V(A) = \frac{6}{55} \approx 0,109$ et $f_S(C) = \frac{12}{29} \approx 0,414$

3^e tableau : Fréquences conditionnelles (par colonnes)

Age Activité		A	B	C	D
		de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	Plus de 35 ans
V	Vélo	$\frac{6}{12} \times 100 = 50$	$\frac{14}{28} \times 100 = 50$	$\frac{20}{50} \times 100 = 40$	$\frac{15}{60} \times 100 = 25$
G	Aqua-Gym	$\frac{4}{12} \times 100 \approx 33,3$	$\frac{9}{28} \times 100 \approx 32,1$	$\frac{18}{50} \times 100 = 36$	$\frac{35}{60} \times 100 \approx 58,3$
S	Step	$\frac{2}{12} \times 100 \approx 16,7$	$\frac{5}{28} \times 100 \approx 17,9$	$\frac{12}{50} \times 100 = 24$	$\frac{10}{60} \times 100 \approx 16,7$
TOTAL		100	100	100	100

Faire une phrase pour les résultats des cases grisées.

Parmi les membres du club âgés de 16 à 18 ans, 50% font du vélo.

Parmi les membres du club âgés de 26 à 35 ans, 24% font du step.

Pour calculer une fréquence conditionnelle par colonne, on divise l'effectif de chaque case par l'effectif total de la colonne correspondante.

On note alors $f_A(V) = \frac{6}{12} = 0,5$ et $f_C(S) = \frac{12}{50} = 0,24$