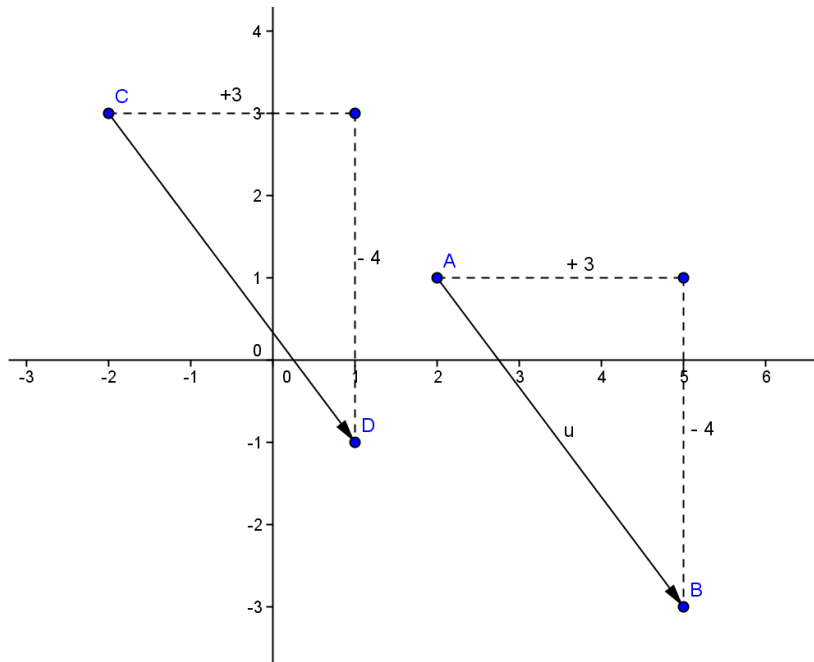


I. Introduction : la translation :



$A(2; 1)$; $B(5; -3)$; $C(-2; 3)$.

Le déplacement qui amène le point A sur le point B est appelé **translation de vecteur \overrightarrow{AB}** .

Cette translation, à un point C, associe un point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.

On dit que **D est l'image de C par la translation de vecteur \overrightarrow{AB}** . On note $t_{\overrightarrow{AB}}(C) = D$

Conséquence : On dit que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont **égaux**.

On dit aussi qu'ils sont les **représentants** d'un même vecteur que l'on pourra noter \overrightarrow{u} .

II. Les vecteurs : quelques définitions et propriétés :

1) Vecteurs égaux et parallélogramme :

Sur l'exemple précédent on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

On remarque également que le quadrilatère ABDC a deux côtés parallèles et de même longueur (car on a effectué le même déplacement de A vers B que de C vers D)

donc on peut affirmer que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \text{ABDC est un parallélogramme.}$$

2) Vecteurs particuliers :

a) Le vecteur nul :

Le vecteur \overrightarrow{AA} correspond à un déplacement de A vers A donc un déplacement nul.

On dira que le vecteur \overrightarrow{AA} est un vecteur nul et on notera $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$

b) Vecteurs opposés:

Le vecteur \overrightarrow{AB} correspond à un déplacement de A vers B.

Le vecteur \overrightarrow{BA} correspond à un déplacement de B vers A donc un déplacement opposé au précédent.

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BA} sont dits opposés et on notera $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

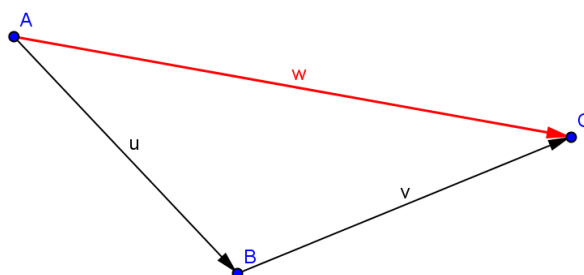
III. Addition de deux vecteurs :

1) Définition :

Soit \vec{u} le vecteur qui va de A vers B. $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$

Soit \vec{v} le vecteur qui va de B vers C. $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$.

On appelle \vec{w} le vecteur qui va de A vers C.



Ce vecteur \vec{w} résulte de l'enchaînement de deux déplacements, de deux translations, l'une de vecteur \vec{u} et l'autre de vecteur \vec{v} .

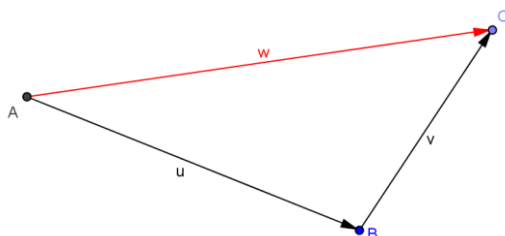
On dira alors que \vec{w} est la somme des deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

On notera $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

2) Construction géométrique de la somme de deux vecteurs :

Deux techniques différentes mais équivalentes sont possibles :

La technique du " bout à bout "



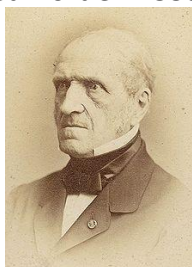
On colle le vecteur \vec{v} au bout du vecteur \vec{u}

On a alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

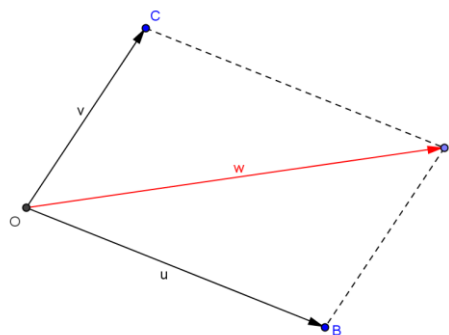
Cette relation est connue sous le nom de

Relation de Chasles

(Michel Chasles est un mathématicien français né en 1793 et mort en 1880)



La technique du parallélogramme



On représente \vec{u} et \vec{v} avec la même origine O, puis on termine le parallélogramme.

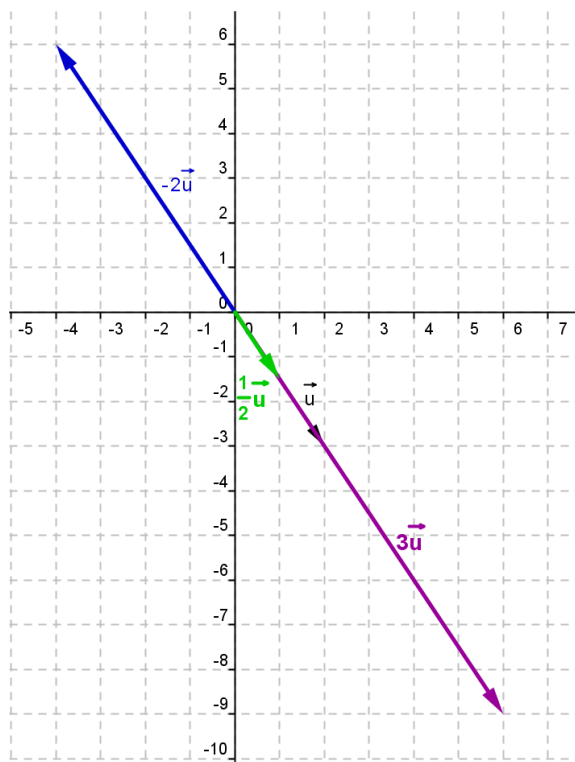
La diagonale de ce parallélogramme commençant par O sera le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

IV. Multiplication d'un vecteur par un réel :

1) Exemple :

Soit \vec{u} le vecteur dessiné ci-dessous.

Représenter \vec{u} , $3\vec{u}$, $-2\vec{u}$ et $\frac{1}{2}\vec{u}$.



On constate que \vec{u} , $3\vec{u}$ et $\frac{1}{2}\vec{u}$ ont le même sens et que $-2\vec{u}$ est de sens contraire

2) Définitions :

Soit α un nombre réel quelconque.

Si $\alpha = 0$ alors $0 \times \vec{u} = \vec{0}$

Si $\alpha = 1$ alors $1 \times \vec{u} = \vec{u}$

Si $\alpha = -1$ alors $-1 \times \vec{u} = -\vec{u}$

Si $\alpha > 0$ alors $\alpha \vec{u}$ et \vec{u} auront le même sens et la longueur de $\alpha \vec{u}$ sera celle de \vec{u} multipliée par α

Si $\alpha < 0$ alors $\alpha \vec{u}$ et \vec{u} seront de sens contraire et la longueur de $\alpha \vec{u}$ sera celle de \vec{u} multipliée par $-\alpha$

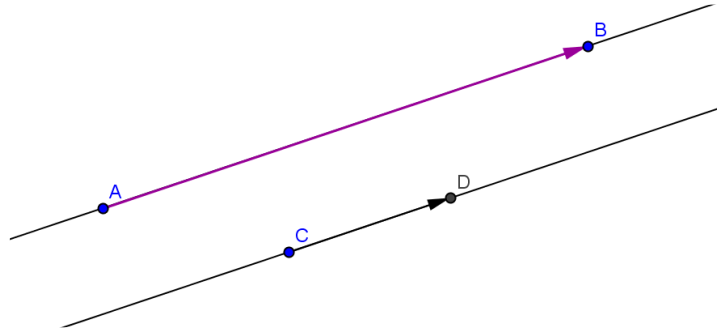
3) Vecteurs colinéaires :

a) Définition :

On dira que \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires s'il existe un réel k tel que $\vec{u} = k \times \vec{v}$.

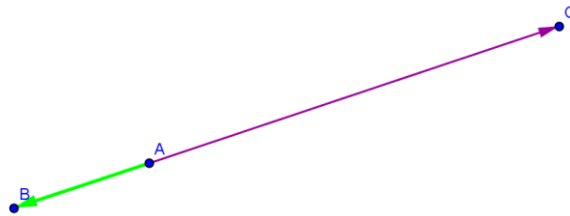
b) Vecteurs colinéaires et parallélisme :

\vec{AB} et \vec{CD} sont colinéaires \Leftrightarrow les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



c) Vecteurs colinéaires et alignement :

Si \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires \Leftrightarrow les points A, B et C sont alignés.



On retiendra :

Un vecteur est défini par une direction, un sens, une longueur (la norme).
Des vecteurs égaux ont la même direction, le même sens et la même norme.
Des vecteurs opposés ont la même direction, la même norme mais des sens opposés.
Des vecteurs colinéaires ont la même direction mais pas forcément le même sens ou la même longueur.

$\vec{AB} = \vec{CD} \Leftrightarrow$ ABDC est un parallélogramme

\vec{AB} et \vec{CD} colinéaires \Leftrightarrow les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

$\vec{AB} = \vec{BC} \Leftrightarrow$ B est le milieu du segment [AC] (vu en exercices)

\vec{AB} et \vec{BC} sont colinéaires \Leftrightarrow Les points A, B et C sont alignés.

Construction d'une somme de vecteurs, d'un produit d'un vecteur par un réel.

$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ Relation de Chasles.