

TABLEAUX CROISES ET PROBABILITES CONDITIONNELLES

I. Proportion ou fréquence :

1) Exemple :

Dans une entreprise de 520 personnes, les salariés se répartissent en 4 catégories : les ouvriers, les commerciaux, les employés administratifs et les cadres dirigeants.

a) On sait que 5% des salariés sont des cadres dirigeants, combien cela représente-t-il de personnes ?

$0,05 \times 520 = 26$. Il y a 26 cadres dirigeants dans cette entreprise.

b) On sait qu'il y a 442 ouvriers. Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les ouvriers ?

$\frac{442}{520} = 0,85$. Il y a 85% d'ouvriers parmi les salariés de l'entreprise.

c) Les employés administratifs sont 10. Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les employés administratifs ?

$\frac{10}{520} \approx 0,02$. Il y a environ 2% d'employés administratifs parmi les salariés de cette entreprise.

d) Le reste des salariés sont des commerciaux. Combien sont-ils ? Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les commerciaux ?

$520 - (26 + 442 + 10) = 520 - 478 = 42$. Il y a 42 commerciaux parmi les salariés de cette entreprise.

$\frac{42}{520} \approx 0,08$. Il y a environ 8% de commerciaux parmi les salariés de cette entreprise.

2) Définitions :

a) Effectif :

On appelle effectif n_A d'une population A, le nombre d'éléments qui constituent A.

Exemple : On appelle A la population des employés administratifs. $n_A = 10$.

b) Proportion ou fréquence :

On appelle proportion d'une population A dans une population de référence E,

le nombre $f(A) = \frac{n_A}{n_E}$.

Exemple : Si E est la population de salariés de l'entreprise, $n_E = 520$.

La proportion d'employés administratifs dans cette entreprise est $f(A) = \frac{10}{520} = \frac{1}{52} \approx 0,02$

On dira qu'environ 2% des salariés de l'entreprise sont des employés administratifs.
($0,02 \times 100 = 2$)

**Une proportion ou fréquence est très souvent donnée en pourcentage.
C'est un nombre compris entre 0 et 1 ou entre 0% et 100%.**

c) Pour retrouver l'effectif n_A d'une population A quand on connaît la proportion $f(A)$ de cette population dans la population globale, il suffit de faire

$$n_A = f(A) \times n_E$$

Exemple : Pour retrouver le nombre de cadres dirigeants n_C dans l'entreprise sachant qu'ils représentent 5% des salariés, on fait : $n_C = f(C) \times n_E = 0,05 \times 520 = 26$.

Exercices pour cette partie : Page 133 n° 2 et 3.

II. Les tableaux croisés :

1) Exemple :

Dans un club de sport, on connaît les effectifs des adhérents pour chaque discipline en fonction de leur âge.

Age \ Activité		A	B	C	D	TOTAL
		de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	Plus de 35 ans	
V	Vélo	6	14	20	15	55
G	Aqua-Gym	4	9	18	35	66
S	Step	2	5	12	10	29
TOTAL		12	28	50	60	150

- Combien d'adhérents pratiquent le vélo ? 55
- Combien d'adhérents ont plus de 35 ans ? 60
- Combien d'adhérents de moins de 19 ans pratiquent l'aqua-gym ? 4
- Compléter le tableau suivant en pourcentages. (on arrondira à l'unité)

Age \ Activité		A	B	C	D	TOTAL
		de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	Plus de 35 ans	
V	Vélo	$\frac{6}{150} \times 100 = 4$	$\frac{14}{150} \times 100 \approx 9$	$\frac{20}{150} \times 100 \approx 13$	$\frac{15}{150} \times 100 = 10$	37
G	Aqua-Gym	$\frac{4}{150} \times 100 \approx 3$	$\frac{9}{150} \times 100 = 6$	$\frac{18}{150} \times 100 = 12$	$\frac{35}{150} \times 100 \approx 23$	44
S	Step	$\frac{2}{150} \times 100 \approx 1$	$\frac{5}{150} \times 100 \approx 3$	$\frac{12}{150} \times 100 = 8$	$\frac{10}{150} \times 100 \approx 7$	19
TOTAL		$\frac{12}{150} \times 100 = 8$	$\frac{28}{150} \times 100 \approx 19$	$\frac{50}{150} \times 100 \approx 33$	$\frac{60}{150} \times 100 = 40$	≈ 100

2) Définitions :

a) Intersection de deux ensembles :

On appelle **intersection de A et B** et on note $A \cap B$, l'ensemble des éléments qui sont à la fois dans A et dans B.

Exemple : $A \cap G$ est l'ensemble des adhérents qui ont entre 16 et 18 ans et qui font de l'aqua-gym.

Remarque: Si $A \cap B$ est vide, on dit que A et B sont **disjoints** et on note $A \cap B = \emptyset$

b) Réunion de deux ensembles :

On appelle **réunion de A et B** et on note $A \cup B$, l'ensemble des éléments qui sont soit dans A soit dans B soit dans les deux.

Exemple : $A \cup B$ est l'ensemble des adhérents qui ont entre 16 et 25 ans .

c) Inclusion :

On dit que **A est inclus dans B** et on note $A \subset B$, si tous les éléments de A sont dans B.

Exemple : L'ensemble V des adhérents faisant du vélo est inclus dans l'ensemble des adhérents du club.

Exercices pour cette partie : Page 133 n° 6 , 7 et 8. Page 135 n° 23, 24 et 25. Page 134 n° 16, 17, 19 et 20.

III. Probabilités :

1) Exemple :

Lors d'un marathon, les 200 participants sont contrôlés. Parmi eux, 20 ont eu un résultat " positif " au test anti-dopage. A la suite d'un examen plus poussé, on se rend compte que 5 coureurs parmi les 20 testés " positif " n'avaient pris aucun produit dopant et que 2 parmi ceux testés " négatif " avaient pris des produits dopants.

a) Compléter le tableau suivant de répartition des coureurs (en effectif)

		D	\bar{D}	
		Coureur dopé	Coureur non dopé	TOTAL
\bar{N}	Testé " positif "	15	5	20
N	Testé " négatif "	2	178	180
	TOTAL	17	183	200

On choisit au hasard un coureur parmi les 200 participants. On considère les événements :

D : " le coureur choisi est dopé " et N : " le coureur choisi est testé " négatif " .

b) Quelle est la probabilité que le coureur choisi soit testé " positif " ?

$$P(\bar{N}) = \frac{20}{200} = 0,1. \text{ La probabilité que le coureur choisi soit testé " positif " est } 0,1.$$

c) Exprimer par une phrase les événements \bar{D} , \bar{N} , $D \cap \bar{N}$, $\bar{D} \cap N$.

\bar{D} : " le coureur choisi n'est pas dopé " , \bar{N} : " le coureur choisi est testé " positif " ,

$D \cap \bar{N}$: " le coureur choisi est dopé et est testé " positif " ,

$\bar{D} \cap N$: " le coureur choisi n'est pas dopé et est testé " négatif " "

d) Calculer $P(D \cap \bar{N})$ et $P(\bar{D} \cap N)$.

$$P(D \cap \bar{N}) = \frac{15}{200} = \frac{3}{40} = 0,075 \text{ et } P(\bar{D} \cap N) = \frac{178}{200} = \frac{89}{100} = 0,89$$

La probabilité que le coureur choisi soit dopé et positif est $\frac{3}{40}$

La probabilité que le coureur choisi soit non dopé et négatif est $\frac{89}{100}$

On choisit au hasard un coureur parmi les coureurs dopés.

e) Calculer la probabilité que ce coureur soit testé " positif ". On notera cette probabilité $P_D(\bar{N})$.

$$P_D(\bar{N}) = \frac{15}{17} \approx 0,88$$

La probabilité que le coureur choisi soit positif sachant qu'il est dopé est $\frac{15}{17}$.

On choisit au hasard un coureur parmi les coureurs non dopés.

f) Calculer la probabilité que ce coureur soit testé " négatif ". On notera cette probabilité $P_{\bar{D}}(N)$.

$$P_{\bar{D}}(N) = \frac{178}{183} \approx 0,97$$

La probabilité que le coureur choisi soit négatif sachant qu'il est non dopé est $\frac{178}{183}$.

2) Définitions :

a) Événement :

Un événement est un ensemble de résultats possibles d'une expérience aléatoire.

On le notera à l'aide d'une lettre majuscule et on l'exprimera par une phrase entre guillemets.

Exemple : D: " le coureur choisi est dopé ".

On notera \bar{D} l'événement **contraire** de D. \bar{D} : " le coureur choisi n'est pas dopé "

b) Probabilité d'un événement :

La probabilité de l'événement A se calcule avec la formule

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables à A}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Exemple : $P(\bar{D}) = \frac{183}{200} = 0,915$ ou $P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - \frac{17}{200} = \frac{183}{200}$

c) Probabilité d'une réunion :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Exemple : Calculer $P(D \cup \bar{N})$.

$$P(D) = 0,085 ; P(\bar{N}) = 0,1 ; P(D \cap \bar{N}) = 0,075$$

$$\text{donc } P(D \cup \bar{N}) = P(D) + P(\bar{N}) - P(D \cap \bar{N}) = 0,085 + 0,1 - 0,075 = 0,11$$

d) Probabilité conditionnelle :

A et B sont deux événements tels que $P(A) \neq 0$.

On appelle probabilité conditionnelle, la probabilité que B se réalise sachant que A s'est réalisé. On la note $P_A(B)$, on lit ce symbole " P de B sachant A "

et on calcule cette probabilité avec la formule

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\text{nombre de cas favorables à A et B}}{\text{nombre de cas favorables à A}}$$

Exemple : Calculer $P_D(\bar{N})$.

$$P(D \cap \bar{N}) = 0,075 ; P(D) = 0,085$$

$$\text{donc } P_D(\bar{N}) = \frac{P(D \cap \bar{N})}{P(D)} = \frac{0,075}{0,085} = \frac{15}{17} \approx 0,88$$

(on retrouve le résultat trouvé dans e) exercice)