

Calculs avec des puissances entières :

Définition :

a est un nombre quelconque et n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

La puissance $n^{\text{ème}}$ de a est le nombre noté a^n , défini par : $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

Par convention : quel que soit le nombre a , $a^1 = a$ et, si $a \neq 0$, $a^0 = 1$

Si n est un nombre entier strictement négatif et a un nombre non nul :

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} \text{ et en particulier } a^{-1} = \frac{1}{a}$$

Règles de calcul

Opérations	Conditions	Résultats
Produit de deux puissances	a non nul n, p entiers	$a^n \times a^p = a^{n+p}$
Quotient de deux puissances	a non nul n, p entiers	$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
Puissance d'une puissance	a non nul n, p entiers	$(a^n)^p = a^{np}$
Puissance d'un produit	a et b non nuls n entier	$(ab)^n = a^n b^n$
Puissance d'un quotient	a et b non nuls n entier	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Remarque : $a^n a^{-n} = 1$

Les puissances de 10. La notation scientifique.

Tout nombre décimal strictement positif x peut s'écrire sous la forme $x = a \times 10^p$ où p est un entier relatif et a un nombre réel tel que $1 \leq a < 10$. Cette notation s'appelle notation scientifique.

Exemples : $0,0293 = 2,93 \times 10^{-2}$

$$7239,56 = 7,23956 \times 10^3$$

Exercices:

Exercice 1: Simplifier les expressions

$$A = a^3 \times a^8 \times a^{-4}$$

$$B = (b^4)^2 \times b^7$$

$$C = \frac{a^{15}}{a^6}$$

$$D = \frac{a^5 \times a^8}{a^3}$$

$$E = (b^4)^5 \times b^{-7} \times b^2$$

$$F = (a^2)^4 \times b^9 \times a^{-7} \times b^3 \times b^4$$

$$G = \frac{a^5 \times a^8 \times a^6}{a^3 \times a^7 \times a^{-4}}$$

Exercice 2: Simplifier les expressions

$$A = 10^3 \times 10^9 \times 10^{-6}$$

$$B = (10^{-7})^2 \times 10^9$$

$$C = \frac{10^{15}}{10^6}$$

$$D = \frac{10^{11} \times 10^{-8}}{10^3}$$

$$E = (10^4)^3 \times 10^{-6} \times 10^2$$

$$F = (10^2)^3 \times 10^9 \times 10^{-7} \times 10^4 \times 10^{-11}$$

$$G = \frac{10^7 \times 10^8 \times 10^{-6}}{10^6 \times 10^{12} \times 10^{-4}}$$

Exercice 3: Donner le résultat en notation scientifique

$$A = 5 \times 10^6 \times 3 \times 10^{-4}$$

$$B = 15 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^7 \times 3 \times 10^9$$

$$C = \frac{24 \times 10^7}{12 \times 10^5}$$

$$D = \frac{4 \times 10^{-7} \times 25 \times 10^4}{16 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-5}}$$

$$E = 7 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^7 \times 2 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-4}$$

$$F = \frac{6 \times 10^{-7} \times 9 \times 10^5 \times 7 \times 10^2}{3 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^7}$$

$$G = 0,8 \times 10^{-7} \times (4 \times 10^8)^2 \times 3 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{12}$$

$$H = 0,8 \times 10^{17} \times (4 \times 10^{-3})^3 \times 4 \times 10^{-7} \times 5 \times 10^{-12}$$

Exercice 4:

Effectuer les calculs

$$A = \frac{4}{7} \times \frac{21}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{6}{5}$$

$$B = \frac{15}{4} - \frac{5}{6} : \frac{10}{24}$$

$$C = (3 + \frac{9}{4} - \frac{1}{3}) \times \frac{12}{7}$$

$$D = (\frac{3}{4})^2 - \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$$

CORRECTION

Exercice 1: Simplifier les expressions

$$A = a^3 \times a^8 \times a^{-4} = a^7$$

$$B = (b^4)^2 \times b^7 = b^{15}$$

$$C = \frac{a^{15}}{a^6} = a^{15-6} = a^9$$

$$D = \frac{a^5 \times a^8}{a^3} = a^{5+8-3} = a^{10}$$

$$E = (b^4)^5 \times b^{-7} \times b^2 = b^{20-7+2} = b^{15}$$

$$F = (a^2)^4 \times b^9 \times a^{-7} \times b^3 \times b^4 = a^{8-7} \times b^{9+3+4} = ab^{16}$$

$$G = \frac{a^5 \times a^8 \times a^6}{a^3 \times a^7 \times a^{-4}} = \frac{a^{19}}{a^6} = a^{13}$$

Exercice 2: Simplifier les expressions

$$A = 10^3 \times 10^9 \times 10^{-6} = 10^6$$

$$B = (10^{-7})^2 \times 10^9 = 10^{-14+9} = 10^{-5}$$

$$C = \frac{10^{15}}{10^6} = 10^{15-6} = 10^9$$

$$D = \frac{10^{11} \times 10^{-8}}{10^3} = 10^{11-8-3} = 10^0 = 1$$

$$E = (10^4)^3 \times 10^{-6} \times 10^2 = 10^{12-6+2} = 10^8$$

$$F = (10^2)^3 \times 10^9 \times 10^{-7} \times 10^4 \times 10^{-11} = 10^{6+9-7+4-11} = 10^1$$

$$G = \frac{10^7 \times 10^8 \times 10^{-6}}{10^6 \times 10^{12} \times 10^{-4}} = \frac{10^9}{10^{14}} = 10^{-5}$$

Exercice 3: Donner le résultat en notation scientifique

$$A = 5 \times 10^6 \times 3 \times 10^{-4} = 15 \times 10^2 = 1,5 \times 10^1 \times 10^2 = 1,5 \times 10^3$$

$$B = 15 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^7 \times 3 \times 10^9 = 15 \times 4 \times 3 \times 10^{-6+7+9} = 180 \times 10^{10} = 1,8 \times 10^2 \times 10^{10} = 1,8 \times 10^{12}$$

$$C = \frac{24 \times 10^7}{12 \times 10^5} = 2 \times 10^{7-5} = 2 \times 10^2$$

$$D = \frac{4 \times 10^{-7} \times 25 \times 10^4}{16 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-5}} = \frac{4 \times 25}{16 \times 8} \times \frac{10^{-7+4}}{10^{9-5}} = 0,78125 \times \frac{10^{-3}}{10^4} = 0,78125 \times 10^{-7} = 7,8125 \times 10^{-8}$$

$$E = 7 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^7 \times 2 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-4} = 168 \times 10^6 = 1,68 \times 10^2 \times 10^6 = 1,68 \times 10^8$$

$$F = \frac{6 \times 10^{-7} \times 9 \times 10^5 \times 7 \times 10^2}{3 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^7} = 31,5 \times \frac{10^0}{10^3} = 3,15 \times 10^1 \times 10^{-3} = 3,15 \times 10^{-2}$$

$$G = 0,8 \times 10^{-7} \times (4 \times 10^8)^2 \times 3 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{12} = 0,8 \times 16 \times 3 \times 5 \times 10^{-7} \times 10^{16} \times 10^{-5} \times 10^{12} = 192 \times 10^{16} = 1,92 \times 10^{18}$$

$$H = 0,8 \times 10^{17} \times (4 \times 10^{-3})^3 \times 4 \times 10^{-7} \times 5 \times 10^{-12} = 0,8 \times 64 \times 4 \times 5 \times 10^{17} \times 10^{-9} \times 10^{-7} \times 10^{-12} = 1024 \times 10^{-11} = 1,024 \times 10^{-8}$$

Exercice 4: Effectuer les calculs

$$\begin{aligned} A &= \frac{4}{7} \times \frac{21}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \\ &= 4 + \frac{4}{5} \\ &= \frac{20}{5} + \frac{4}{5} \\ &= \frac{24}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{15}{4} - \frac{5}{6} : \frac{10}{24} \\ &= \frac{15}{4} - \frac{5}{6} \times \frac{24}{10} \\ &= \frac{15}{4} - 2 \\ &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \left(3 + \frac{9}{4} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{12}{7} \\ &= \left(\frac{36}{12} + \frac{27}{12} - \frac{4}{12}\right) \times \frac{12}{7} \\ &= \frac{59}{12} \times \frac{12}{7} \\ &= \frac{59}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} \\ &= \frac{9}{16} - \frac{15}{8} \\ &= \frac{9}{16} - \frac{30}{16} \\ &= -\frac{21}{16} \end{aligned}$$