

I. Introduction

Modélisations et fonctions

Les suites numériques permettent de modéliser des phénomènes discrets, comme par exemple l'évolution d'un bénéfice d'une année sur l'autre ou encore les mensualités d'un crédit.

Alors que les fonctions numériques permettent de modéliser les phénomènes continus, comme par exemple l'évolution du débit d'une rivière lors d'une crue.

Citer deux autres phénomènes continus que l'on peut étudier à l'aide d'une fonction :

L'évolution de la température dans la journée, en fonction de l'heure.

L'évolution de la taille d'un enfant en fonction de son âge.

II. Quelques rappels sur les fonctions

1) Définitions et vocabulaire.

Définir une fonction f sur un intervalle D inclus dans \mathbb{R} , c'est associer à tout réel x de D un seul réel y .

On note $f: x \rightarrow y$ ou bien $y = f(x)$.

On dit que y est **l'image** de x par f et que x est un **antécédent** de y par f .

2) Représentation graphique

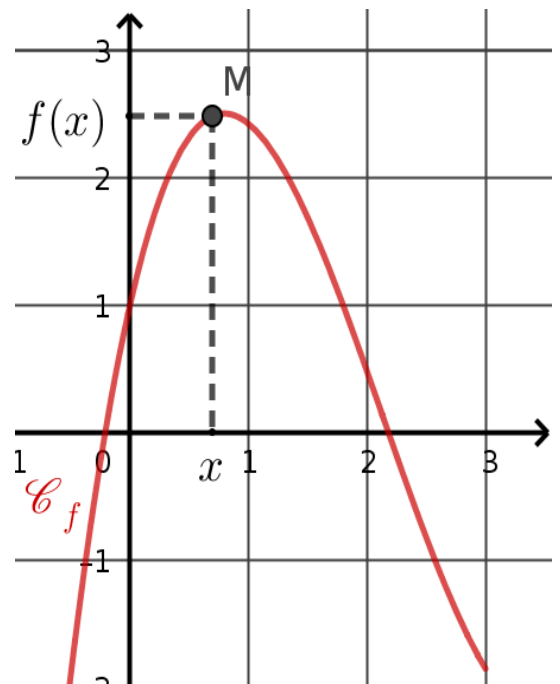
f est une fonction définie sur un ensemble D
et

(O, \vec{i}, \vec{j}) est un repère du plan.

La courbe représentative de f , généralement notée \mathcal{C}_f est l'ensemble des points M de coordonnées $(x; y)$ telles que :

- l'abscisse x appartient à l'ensemble D ;
- l'ordonnée y est l'image de x par f

On appelle équation de \mathcal{C}_f la relation $y = f(x)$.



Application 1 .

La courbe \mathcal{C} ci-contre a pour équation $y = 2x^2 - 3x - 1$.

1. Le point A d'abscisse -1 appartient à \mathcal{C} .

Calculer l'ordonnée de A .

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2(-1)^2 - 3 \times (-1) - 1 \\ &= 2 \times 1 + 3 - 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

donc $y_A = 4$ et $A(-1; 4)$

2. Le point B (3 ; 6) appartient-il à \mathcal{C} ? Justifier.

Il faut vérifier que $f(3) = 6$.

$$f(3) = 2 \times 3^2 - 3 \times 3 - 1 = 2 \times 9 - 9 - 1 = 18 - 9 - 1 = 8.$$

$f(3) \neq 6$ donc $B \notin \mathcal{C}$.

3. Déterminer les abscisses des points de \mathcal{C} qui ont pour ordonnée -1 , d'abord graphiquement, puis par le calcul.

Graphiquement on lit que les points de \mathcal{C} qui ont une ordonnée -1 ont pour abscisse 0 et 1,5.

Par le calcul, il faut déterminer les antécédents de -1 par f donc il faut résoudre l'équation

$$f(x) = -1.$$

$$f(x) = -1 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 1 = -1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x = 0$$

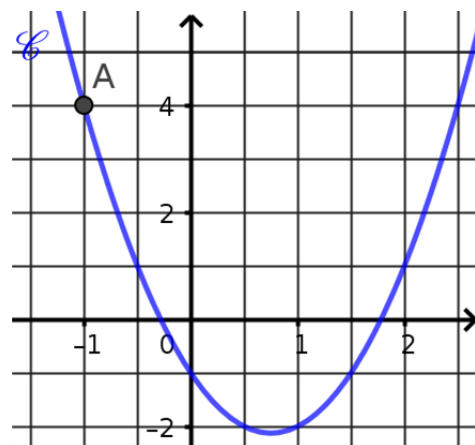
$$\Leftrightarrow x(2x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 2x - 3 = 0 \quad \text{on a un produit-nul}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Les antécédents de -1 par f sont 0 et 1,5.



3) Résolution graphique d'équations et d'inéquations

- Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les **abscisses** des points d'intersection entre \mathcal{C}_f et la droite d'équation $y = k$.
- Les solutions de l'inéquation $f(x) > k$ sont les **abscisses** des points de \mathcal{C}_f situé strictement au-dessus de la droite d'équation $y = k$.

Application 2.

La fonction g est définie sur l'intervalle $[-5; 4]$ par sa courbe représentative ci-contre. Avec la précision permise par le graphique :

1. Déterminer l'image de 1 par g .

L'image de 1 par g est 2. $g(1) = 2$

2. Donner la valeur de $g(-2)$.

$g(-2) = -4$

3. Indiquer les éventuels antécédents de 2 par g .

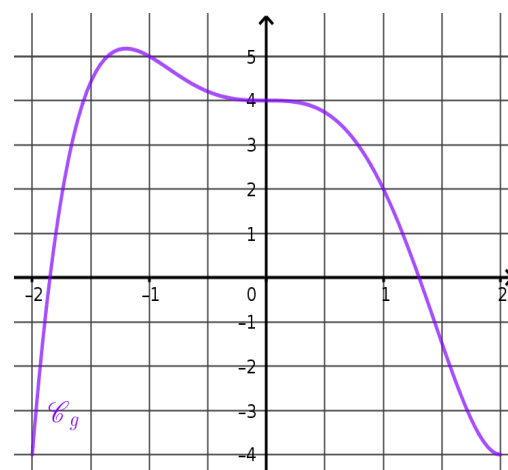
Les antécédents de 2 par g sont $-1,75$ et 1.

4. Résoudre l'équation $g(x) = 1$.

Les solutions sont $-1,8$ et $1,2$.

5. Résoudre l'inéquation $g(x) < 2$.

L'ensemble des solutions est $] -\infty ; -1,75 [\cup] 1 ; +\infty [$

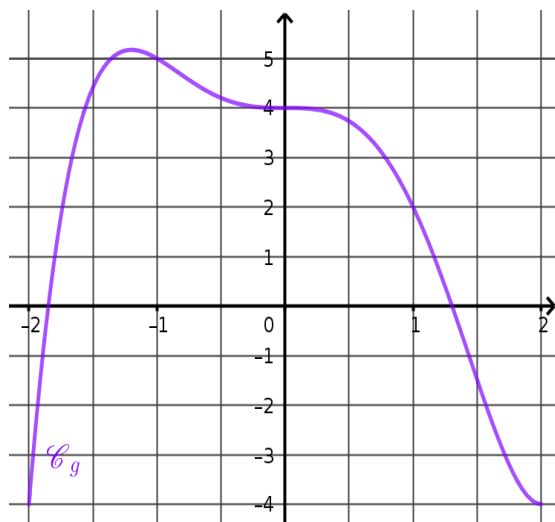


4) Lecture graphique du signe, lecture graphique des variations

- Établir le tableau de signes d'une fonction f c'est indiquer sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est **négative, positive ou nulle**.
- Établir le tableau de variations d'une fonction f c'est indiquer sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est **croissante, décroissante ou constante**.

Application 3.

1. Construire le tableau de signe de la fonction représentée à l'application 2.



x	$-\infty$	$-1,9$	$1,3$	$+\infty$	
signe de $f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

2. Construire le tableau de variation de la fonction représentée à l'application 2.

x	$-\infty$	$-1,25$	$+\infty$
variations de f			