GENERALITES SUR LES SUITES

I. Suites numériques : vocabulaire et définitions :

1) Définition :

Une suite numérique u est une fonction définie de IN dans IR, qui, à tout entier naturel n, associe son image u(n).

$$u : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$n \longmapsto u(n)$$

Pour simplifier l'écriture, on a choisi de noter u_n (se lit "u indice n") à la place de u(n).

2) Remarques :

Quand une suite est définie sur IN, le premier entier ayant une image par u est n = ……………

On dira que le premier terme de la suite est ………….

u_1 sera alors le ……………………………………..terme de la suite,

u_2 sera le ……………..……………………………. terme de la suite,

u_8 sera le ……………………………………………. terme de la suite etc…

Quand une suite est définie sur IN* ou IN – {0} , le premier entier ayant une image par u est n = ………..

On dira que le premier terme de la suite est ……………….

ATTENTION ! Dans ce cas, ………… n'existe pas !

u_2 sera alors le ……………………………………..terme de la suite,

u_3 sera le ……………………………………………… terme de la suite,

u_{12} sera le ……………………………………………. terme de la suite etc…

Dans la phrase "u_9 est le dixième terme de la suite, on a $u_9 = 20$",

9 est l'………………………………. du terme

10 est le ……………………………. du terme, la position du terme dans la suite

20 est la ……………………………. du terme u_9

<u>Exemple</u> : Soit (u_n) une suite définie sur IN. Son premier terme vaut 10.

1) Quel est l'indice du premier terme ? ………………………………….

2) Quelle égalité peut-on alors écrire ? ………………………………….

3) On donne alors les termes suivants : 12 ; 14 ; 16 ; 18 ; 20 ; 22 ; 24.

a) Combien vaut u_5 ? ……………………………………….

b) Combien vaut le quatrième terme ? …………………………………………….

c) De quel terme 22 est-il la valeur ? ……………………………………………….

3) Vocabulaire et notation :

L'ensemble des termes d'une suite, et par extension, la suite elle-même, est noté (u_n).
Une suite est en général nommée avec les lettres u , v ou w.

Si u_n est un terme de la suite (u_n), le terme précédent se notera u_{n-1} et le terme suivant u_{n+1}.

Par exemple, le terme précédent u_5 est ………….. et le terme suivant u_5 est …………………….

u_4 , u_5 et u_6 sont des termes …………………………………………….(des termes qui ………………………………).

Une suite numérique n'est qu'une suite de nombres qui ont un lien entre eux et qui sont rangés dans un ordre précis.

Exemple : On donne les 4 premiers termes d'une suite (u_n).

2 ; 6 ; 18 ; 54

1) Trouver le lien qui existe entre eux.

2) Donner le cinquième et le huitième terme.

II. Mode de génération d'une suite :

La plupart des suites ne sont pas définies par la donnée de leurs premiers termes…

1) Suite définie par une formule explicite:

Une suite (u_n) sera définie de manière explicite si il existe une fonction f telle que, pour tout entier naturel n, $u_n = f(n)$.

Exemple : (u_n) est la suite définie sur IN par $u_n = 3n - 2$.

Cela signifie que $f(n) =$ ………………………..

Si on veut calculer u_5, il suffit de calculer …………………..

Et ………………………………………………………………………………………. donc $u_5 =$ ………

Avantage de ce type de définition :

On peut calculer n'importe quel terme, sans forcément connaitre les précédents !

2) Suite définie par une formule de récurrence :

Une suite (u_n) sera définie par récurrence si on donne son premier terme et une relation permettant de calculer le terme suivant à partir du ou des termes précédents.

Exemple : (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2\,u_n + 5$.

Cela signifie que pour calculer un terme, il faut

Si on veut calculer u_1, il suffit de calculer ……………………………………………………………….*donc*

u_1 = ……………………………………………………………

Si on veut calculer u_2, il suffit de calculer ………………………………………………………………

donc u_2 = ……………………………………………………………

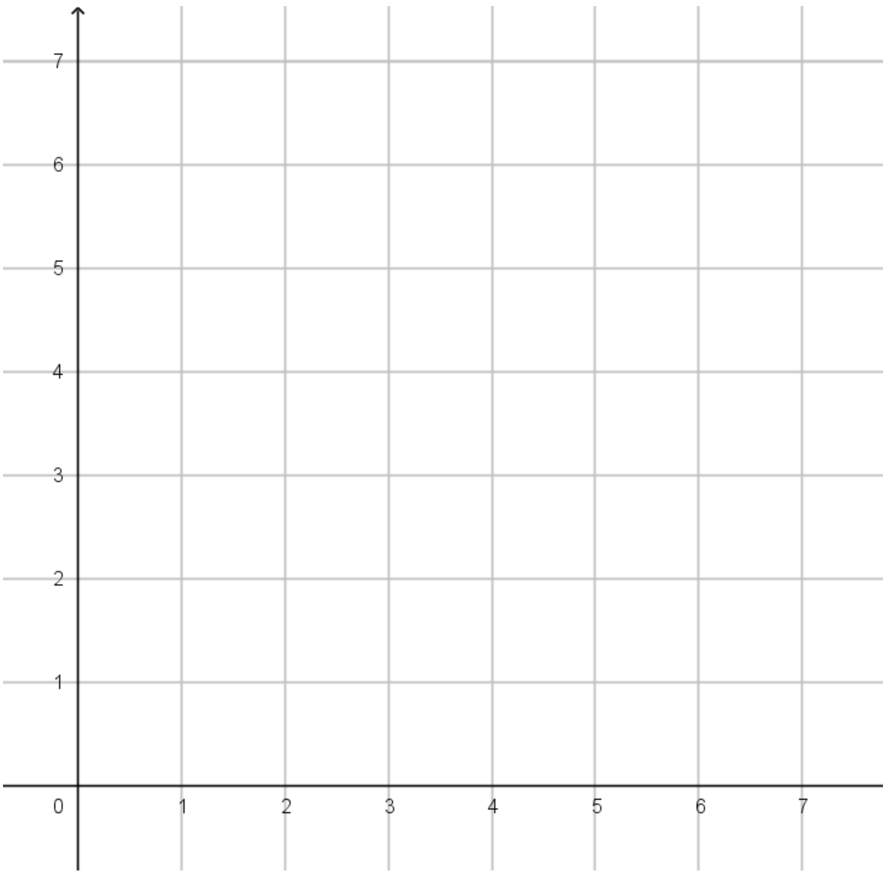
Inconvénient de ce type de définition :

Quand on veut calculer un terme, il faut forcément connaitre les précédents !

III. Représentation graphique d'une suite :

Dans un repère du plan, on représente une suite en plaçant les points M_n de coordonnées $(n\,;\,u_n)$.
On obtient alors une représentation graphique appellée nuage de points.

Exemple : Dans le repère orthonormé ci-dessous, représenter les six premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout entier n par : $u_n = \dfrac{3}{n} + 2$.



Points :

IV. Sens de variation d'une suite:

1) Définitions:

Une suite (u_n) est dite croissante si $u_{n+1} > u_n$ pour tout entier naturel n.
Une suite (u_n) est dite décroissante si $u_{n+1} < u_n$ pour tout entier naturel n.

2) Conséquence:

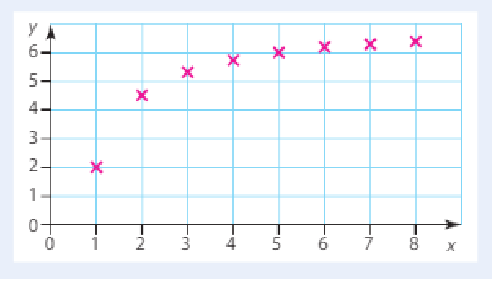
Une suite (u_n) sera croissante si $u_{n+1} - u_n > 0$ pour tout entier naturel n.
Une suite (u_n) sera décroissante si $u_{n+1} - u_n > 0$ pour tout entier naturel n.

3) Méthodes pour donner le sens de variations d'une suite :

- Graphiquement :
  On ne peut qu'énoncer une conjecture lorsque l'on voit la représentation graphique d'une suite.
- Par le calcul :
  Pour démontrer que $u_{n+1} < u_n$ ou que $u_{n+1} > u_n$, on va calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ puis étudier son signe. Pour ce faire, il faudra résoudre l'inéquation $u_{n+1} - u_n > 0$ ou étudier directement le signe de $u_{n+1} - u_n$ (si celui-ci est simple).

Exemples :

1) A partir du graphique, que peut-on conjecturer du sens de variation de la suite (u_n) ?



Il semblerait que la suite (u_n) soit croissante.

2) Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = \dfrac{2n-1}{n}$.

V. Utilisation de la calculette :

La calculette peut calculer les termes d'une suite et représenter le nuage de points.

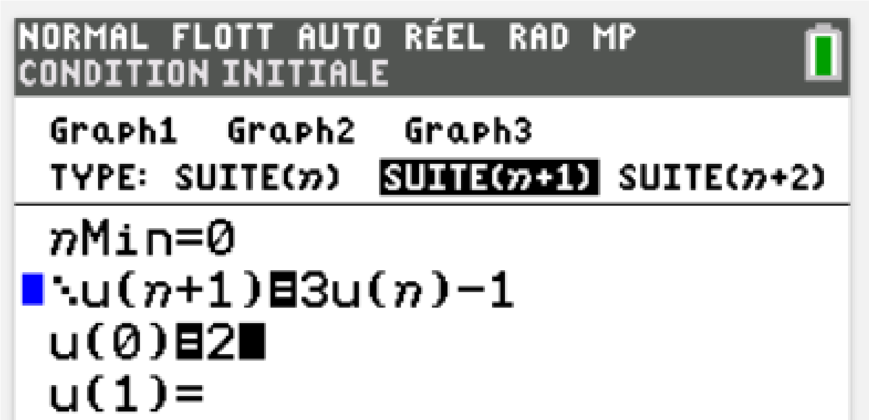
Exemple : Déterminer les 5 premiers termes de la suite (u_n) définie sur IN par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n - 1$.

- Se mettre en mode suite : **MODE** puis **SUITE** (sur la 4è ligne)
- Dans le menu ***f***(*x*) sélectionner **SUITE(n+1)**

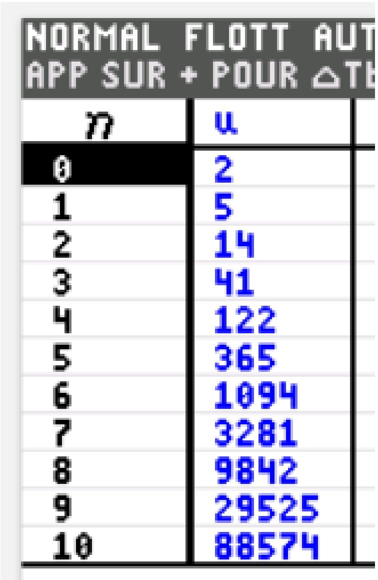
nMin(contient la valeur du premier indice n) mettre 0

u(*n*+1)=3×u(*n*) −1 u avec la touche 2nde 7 et *n* avec la touche *x*,T,θ,n

u(0)=2 puis ENTRER



Dans la **table**, on trouve les valeurs de tous les termes et dans **graphe** on voit le nuage de points.



n	u
0	2
1	5
2	14
3	41
4	122
5	365
6	1094
7	3281
8	9842
9	29525
10	88574