Nom, Prénom : …………………………………………………… **Mardi 26 Mars 2024**

1STMG2 DEVOIR SURVEILLE (1h)

/40

Exercice 1: (9 points)

Calculer les fonctions dérivées :

1) $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$

2) $g(x) = 8 - 5x^3 + 4x^2 - x$

3) $h(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x^2 + \frac{7}{3}x^3 - \frac{3}{4}$

4) $k(x) = -8x + \frac{1}{5}x^2 - \frac{7}{6}x^3 + 4$

Exercice 2: (18 points)

On donne $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3x + 2$

1) Calculer $f'(x)$.

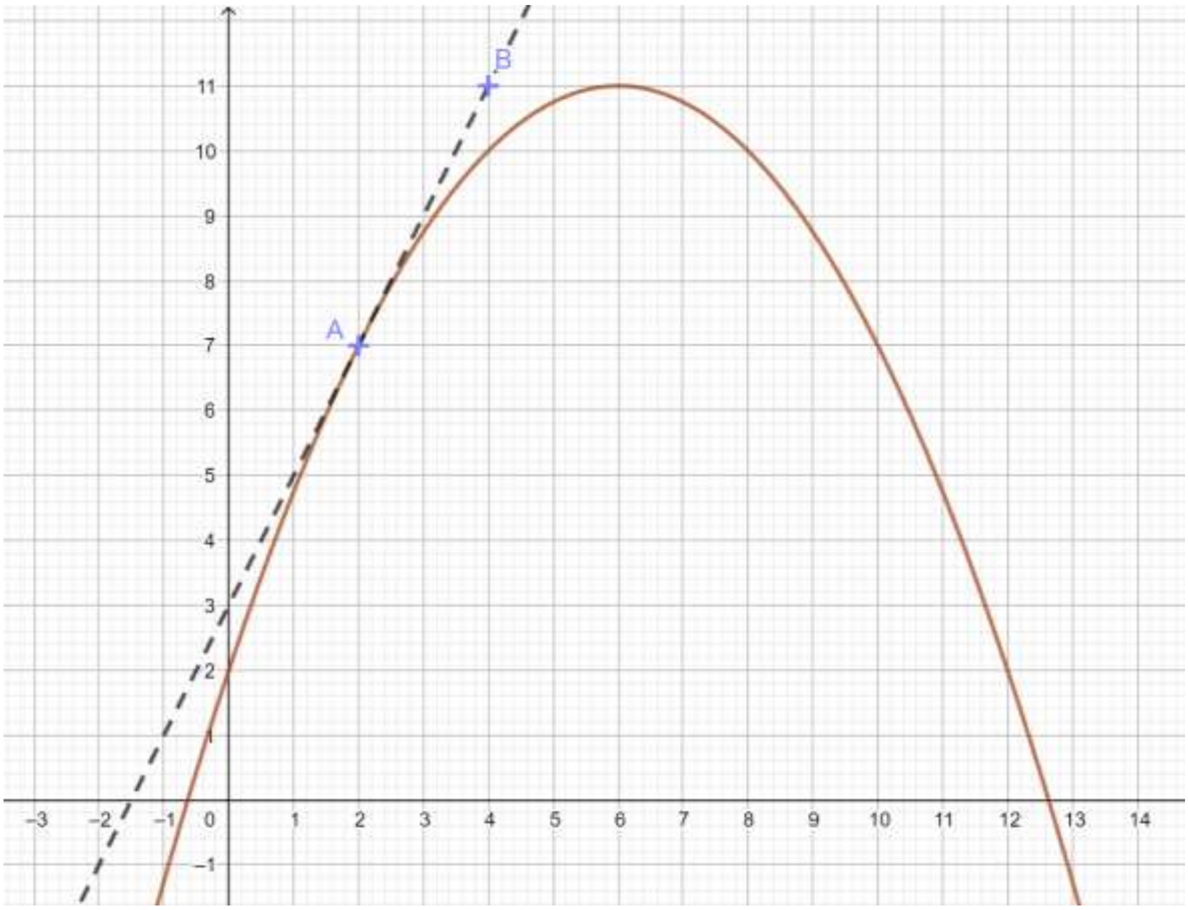
2) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

3) Compléter le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

$\boldsymbol{x}$	
signes de $\boldsymbol{f'(x)}$	
variations de $\boldsymbol{f}$	

4) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 8.

5) Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la fonction f . Tracer la tangente déterminée en 4).



6) Sur ce graphique, on a tracé la tangente à la courbe au point A d'abscisse 2.

a) Lire son coefficient directeur. ……………………………………………………………….

b) Compléter : f' (………) = ………..

c) Déterminer son équation.

Exercice 3: (13 points)

Pour les fêtes de fin d'année, une entreprise produit des objets décoratifs.
Le coût de production est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle [10 ; 70]
par $C(x) = 5x^2 - 500\,x + 33500$ où x est le nombre d'objets décoratifs fabriqués
et $C(x)$ le coût de production, en euros, de x objets décoratifs.

1) Calculer la dérivée $C'(x)$.

2) Etudier le signe de $C'(x)$ puis compléter le tableau de variations de la fonction C.

x	**10** **60**
signes de $C'(x)$	
variations de C	

4) Quel doit être le nombre d'objets décoratifs à produire pour que le coût de fabrication soit minimum ?

<u>1STMG2 CORRECTION DEVOIR SURVEILLE (1h)</u>

<u>Exercice 1:</u> (9 points)

Calculer les fonctions dérivées :

1) $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$ $\qquad f\,'(x) = 6x - 5$

2) $g(x) = 8 - 5x^3 + 4x^2 - x$ $\qquad g'(x) = -15x^2 + 8x - 1$

3) $h(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x^2 + \frac{7}{3}x^3 - \frac{3}{4}$ $\qquad h'(x) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}x + 7x^2$

4) $k(x) = -8x + \frac{1}{5}x^2 - \frac{7}{6}x^3 + 4$ $\qquad k'(x) = -8 + \frac{2}{5}x - \frac{7}{2}x^2$

<u>Exercice 2:</u> **(18 points)**

On donne $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3x + 2$

1) Calculer $f\,'(x)$.

$f\,'(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

2) Etudier le signe de $f\,'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

$-\frac{1}{2}x + 3 = 0$ $\qquad -\frac{1}{2}x + 3 > 0$

$-\frac{1}{2}x = -3$ $\qquad -\frac{1}{2}x > -3$

$x = -3 \times (-2)$ $\qquad x < -3 \times (-2)$

$x = 6$ $\qquad x < 6$

3) Compléter le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		**6**		$+\infty$
signes de $f\,'(x)$		+	0	–	
variations de f		↗	11	↘	

$f(6) = -\frac{1}{4} \times 6^2 + 3 \times 6 + 2 = 11$

4) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 8.

$f(8) = -\frac{1}{4} \times 8^2 + 3 \times 8 + 2 = 10$; $\quad f\,'(8) = -\frac{1}{2} \times 8 + 3 = -1$

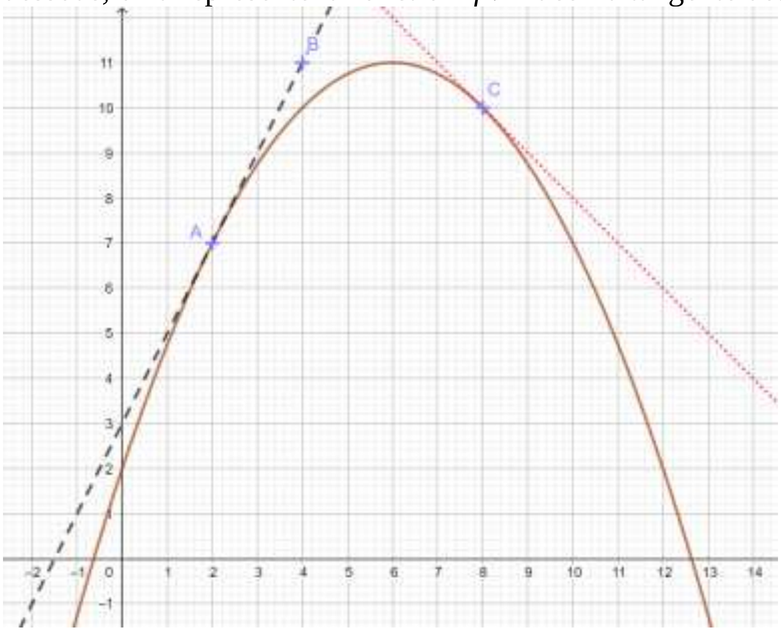
$y = f\,'(8)(x - 8) + f(8)$

$y = -1(x - 8) + 10$

$y = -x + 8 + 10$

$y = -x + 18$

5) Sur le graphique ci-dessous, on a représenté la fonction f . Tracer la tangente déterminée en 4).



6) Sur ce graphique, on a tracé la tangente à la courbe au point A d'abscisse 2.

a) Lire son coefficient directeur. $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{4}{2} = 2$

b) Compléter : $f'(2) = 2$

c) Déterminer son équation. $y = 2x + 3$

Exercice 3: **(13 points)**

Pour les fêtes de fin d'année, une entreprise produit des objets décoratifs.
Le coût de production est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle [10 ; 60]
par $C(x) = 5x^2 - 500x + 33500$ où x est le nombre d'objets décoratifs fabriqués
et $C(x)$ le coût de production, en euros, de x objets décoratifs.

1) Calculer la dérivée $C'(x)$.

$C'(x) = 10x - 500$

2) Etudier le signe de $C'(x)$ puis compléter le tableau de variations de la fonction C.

$10x - 500 < 0$	$10x - 500 = 0$	$10x - 500 > 0$
$10x < 500$	$10x = 500$	$10x > 500$
$x < 50$	$x = 50$	$x > 50$

x	10		50		70
signes de C'(x)		–	0	+	
variations de C	29000	↘	21000	↗	23000

$C(10) = 5 \times 10^2 - 500 \times 10 + 33500 = 29000$

De même $C(50) = 21000$; $C(70) = 23000$

4) Quel doit être le nombre d'objets décoratifs à produire pour que le coût de fabrication soit minimum ?

D'après le tableau de variations, le coût de fabrication sera minimum pour 50 objets décoratifs produits. Ce coût sera alors de 21000€.