

Nom, Prénom : .....

Mardi 16 Janvier 2024

2<sup>nde</sup> DEVOIR SURVEILLE N°5

/40

3 points de bonus

Les élèves bénéficiant d'un tiers-temps **ne traiteront pas** les questions @.

**Exercice 1:** Factoriser les expressions suivantes

(9 points)

1)  $(x - 2)(2x + 3) - (5 - 2x)(x - 2)$

@2)  $(3 - 5x)^2 + (4 - x)(3 - 5x)$

3)  $(8x - 7)^2 - (x - 5)^2$

4)  $9x^2 - 36$

5)  $4x^2 - 20x + 25$

6)  $36x^2 + 12x + 1$

7) **BONUS**  $(x - 2)(3x + 8) + 6x - 12$

+ 3 points

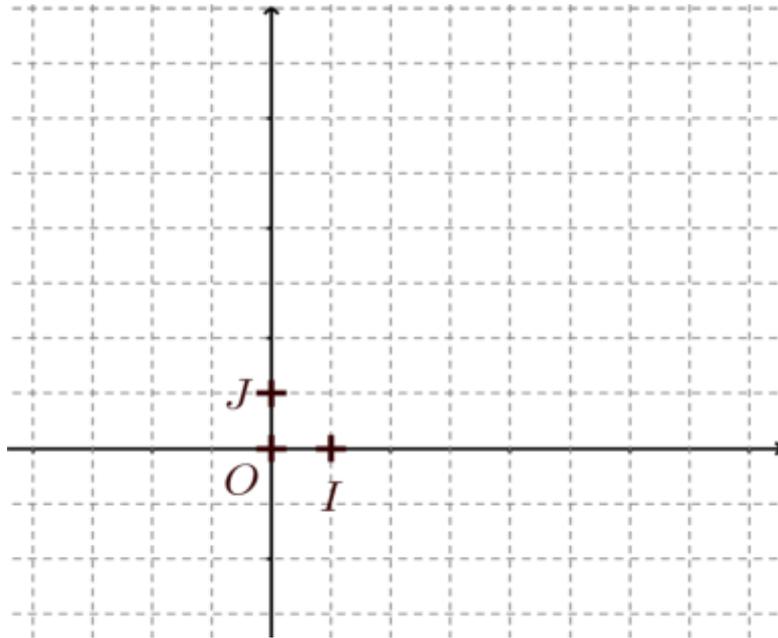
**Exercice 2: Toutes les questions sont indépendantes.**

( 18 points )

Dans le repère ( O , I , J ) ci-contre, on donne les coordonnées des points suivants :

A ( - 1 ; 4 ) ; B ( - 2 ; 1 ) ; C ( 3 ; 0 ) et D ( 4 ; 3 ) .

1) Placer les points dans le repère ( O , I , J ) .



2) a) Calculer les coordonnées du milieu M du segment [ AC ] .

b) Calculer les coordonnées du milieu N du segment [ BD ] .

c) Que peut-on alors dire de la nature du quadrilatère ABCD.

3) On donne  $E(2 ; 6)$ .

a) Déterminer les longueurs  $AE$ ,  $AD$  et  $DE$ .

b) Que peut-on en déduire sur la nature du triangle  $ADE$  ?

4) On donne  $K(4,5 ; 5)$ . Les points  $C$ ,  $D$  et  $K$  sont-ils alignés ?

@5) On donne  $H(0 ; -1)$ . Les droites  $(AB)$  et  $(EH)$  sont-elles parallèles ?

**Exercice 3** : Résoudre l'inéquation  $(3x - 5)(-2x + 7) < 0$

( 6,5 points )

**Exercice 4** : Résoudre l'inéquation  $\frac{5 - 8x}{9x - 1} \geq 0$

( 6,5 points )

**Exercice 1:** Factoriser les expressions suivantes

(9 points)

$$\begin{aligned} 1) & (x-2)(2x+3) - (5-2x)(x-2) \\ &= (x-2)(2x+3-5+2x) \\ &= (x-2)(4x-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} @2) & (3-5x)^2 + (4-x)(3-5x) \\ &= (3-5x)(3-5x+4-x) \\ &= (3-5x)(-6x+7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) & (8x-7)^2 - (x-5)^2 \\ &= (8x-7-x+5)(8x-7+x-5) \\ &= (7x-2)(9x-12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) & 9x^2 - 36 \\ &= (3x-6)(3x+6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) & 4x^2 - 20x + 25 \\ &= (2x-5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) & 36x^2 + 12x + 1 \\ &= (6x+1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7) \text{ BONUS} & (x-2)(3x+8) + 6x-12 \\ &= (x-2)(3x+8) + 6(x-2) \\ &= (x-2)(3x+8+6) \\ &= (x-2)(3x+14) \end{aligned}$$

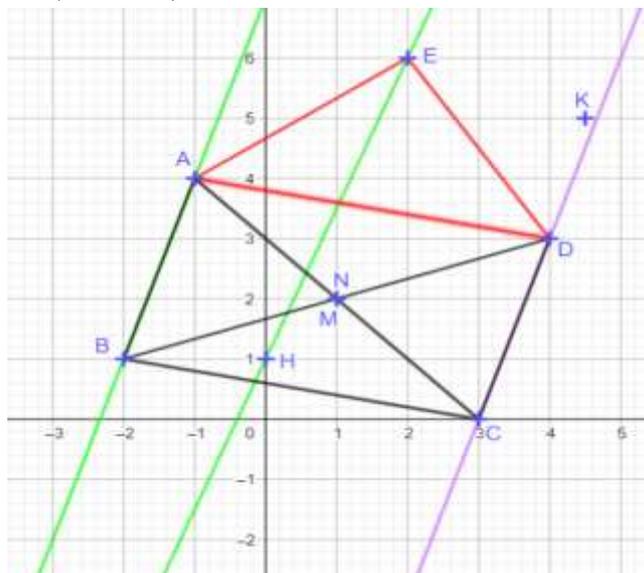
**Exercice 2:**

(18 points)

Dans le repère (O, I, J) ci-contre, on donne les coordonnées des points suivants :

A(-1 ; 4) ; B(-2 ; 1) ; C(3 ; 0) et D(4 ; 3).

1) Placer les points dans le repère (O, I, J).



2) a) Calculer les coordonnées du milieu M du segment [ AC ]

$$M \left( \frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2} \right) \text{ donc } M \left( \frac{-1 + 3}{2}, \frac{4 + 0}{2} \right) \text{ donc } M(1; 2)$$

b) Calculer les coordonnées du milieu N du segment [ BD ] .

$$N \left( \frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2} \right) \text{ donc } N \left( \frac{-2 + 4}{2}, \frac{1 + 3}{2} \right) \text{ donc } N(1; 2)$$

c) Que peut-on alors dire de la nature du quadrilatère ABCD.

Les points M et N sont confondus donc [AC] et [BD] ont le même milieu.

Les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu donc **ABCD est un parallélogramme** .

3) On donne E(2 ; 6).

a) Déterminer les longueurs AE , AD et DE.

$$AE = \sqrt{(x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2} = \sqrt{(2 + 1)^2 + (6 - 4)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$DE = \sqrt{(x_E - x_D)^2 + (y_E - y_D)^2} = \sqrt{(2 - 4)^2 + (6 - 3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(4 + 1)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

b) Que peut-on en déduire sur la nature du triangle ADE ?

**AE = DE donc le triangle est isocèle en E.**

$$AD^2 = 26 \text{ et } AE^2 + DE^2 = 13 + 13 = 26$$

On a donc  $AD^2 = AE^2 + DE^2$  donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

**le triangle ADE est rectangle en E.**

**Donc le triangle ADE est rectangle isocèle en E.**

4) On donne K( 4,5 ; 5 ). Les points C , D et K sont-ils alignés ?

$$\overrightarrow{CD} (x_D - x_C, y_D - y_C) \text{ donc } \overrightarrow{CD} (4 - 1; 3 - 0) \text{ donc } \overrightarrow{CD} (3; 3).$$

$$\overrightarrow{CK} (x_K - x_C, y_K - y_C) \text{ donc } \overrightarrow{CK} (4,5 - 3; 5 - 0) \text{ donc } \overrightarrow{CK} (1,5; 5).$$

$$\det(\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{CK}) = 3 \times 5 - 3 \times 1,5 = 15 - 4,5 = 10,5$$

$\det(\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{CK}) \neq 0$  donc les vecteurs  $\overrightarrow{CD}$  et  $\overrightarrow{CK}$  ne sont pas colinéaires  
donc **les points C, D et K ne sont pas alignés.**

5) On donne H( 0 ; - 1 ). Les droites (AB) et (EH) sont-elles parallèles ?

$$\overrightarrow{AB} (x_B - x_A, y_B - y_A) \text{ donc } \overrightarrow{AB} (-2 + 1; 1 - 4) \text{ donc } \overrightarrow{AB} (-1; -3).$$

$$\overrightarrow{EH} (x_H - x_E, y_H - y_E) \text{ donc } \overrightarrow{EH} (0 - 2; -1 - 6) \text{ donc } \overrightarrow{EH} (-2; -7).$$

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{EH}) = (-1) \times (-7) - (-2) \times (-3) = 7 - 6 = 1$$

$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{EH}) \neq 0$  donc les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{EH}$  ne sont pas colinéaires  
donc **les droites (AB) et (EH) ne sont pas parallèles.**

**@Exercice 3 :** Résoudre l'inéquation  $(3x - 5)(-2x + 7) < 0$

( 6,5 points )

Signe de  $3x - 5$  :

$$m = 3 ; p = -5 ; -\frac{p}{m} = \frac{5}{3}$$

Signe de  $-2x + 7$  :

$$m = -2 ; p = 7 ; -\frac{p}{m} = \frac{7}{2}$$

$x$	$-\infty$	$\frac{5}{3}$		$\frac{7}{2}$	$+\infty$
signes de $3x - 5$	-	0	+	+	
signes de $-2x + 7$	+		+	0	-
signes de $(3x - 5)(-2x + 7)$	-	0	+	0	-

On veut que  $(3x - 5)(-2x + 7)$  soit strictement négatif donc  $S = ]-\infty ; \frac{5}{3}[ \cup ]\frac{7}{2} ; +\infty [$

**Exercice 4 :** Résoudre l'inéquation  $\frac{5 - 8x}{9x - 1} \geq 0$

( 6,5 points )

Signe de  $5 - 8x$  :

$$m = -8 ; p = 5 ; -\frac{p}{m} = \frac{5}{8}$$

Signe de  $9x - 1$  :

$$m = 9 ; p = -1 ; -\frac{p}{m} = \frac{1}{9}$$

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{9}$		$\frac{5}{8}$	$+\infty$
signes de $5 - 8x$	+		+	0	-
signes de $9x - 1$	-	0	+		+
signes de $\frac{5 - 8x}{9x - 1}$	-		+	0	-

On veut que  $\frac{5 - 8x}{9x - 1}$  soit positif ou nul donc  $S = ]\frac{1}{9} ; \frac{5}{8}]$ .