TSpé FICHE D'EXERCICES SUR LA FONCTION LN

31 ORAL Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $e^x = 1$ 2. $e^x = 2$ 3. $e^x = 0$

32 Résoudre dans $]0\,;+\infty[$ les équations suivantes :

1. $\ln(x) = 13$ 2. $\ln(x) = 1$ 3. $\ln(x) = -1$

37 Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $e^x > 3$ 2. $e^{2x} < 7$ 3. $e^x + 1 > 5$

38 Résoudre dans $]0\,;+\infty[$ les inéquations suivantes.

1. $\ln(x) \geqslant \ln(3x)$ 2. $1 + 2\ln(x) < 4$ 3. $\ln(x^2+9) > 0$

57 Capacité 1, p. 237

Résoudre chacune des équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $\ln(5x+1) = \ln(x)$ 2. $3\ln(x) + 2 = 5$
3. $e^{2x-5} = e$ 4. $4e^x - 3 = 9$

58 Capacité 1, p. 237

Résoudre chacune des inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

1. $3\ln(x) < 12$ 2. $6 - 3\ln(x) \geqslant -3$
3. $e^{x-4} > 3$ 4. $4 - 2e^{x-4} > 0$

59 Soit l'équation **(E)** : $\ln(-3x) = \ln(x^2-4)$.
Déterminer les conditions d'existence de cette équation, puis résoudre **(E)**.

60 Soit l'inéquation (I) : $\ln(x^2-49) > 0$.
Déterminer les conditions d'existence de cette inéquation, puis résoudre (I).

Dans les exercices 61 à 63, déterminer les conditions d'existence puis résoudre les équations données.

61 1. $\ln(9-x^2) = 0$ 2. $e^{\frac{x}{x+2}} = 3$

62 1. $\ln(2x^2-7x+6) = \ln(10)$ 2. $\ln\left(\dfrac{x}{x-2}\right) = 0$

63 1. $\ln(x^2) = \ln\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$ 2. $\ln(e^{2x}+1) = 1$

Dans les exercices 64 à 66, déterminer les conditions d'existence puis résoudre les inéquations données.

64 1. $\ln(x-3) > 1$ 2. $\ln(x^2+5) \geqslant \ln(12)$

65 1. $e^{2-x} \leqslant 3$ 2. $e^{x^2-1} > 2$

66 1. $\ln(4x^2-x) \leqslant \ln(3x)$ 2. $\ln(e^x-1) \leqslant -1$

77 Soit f la fonction définie sur $[1\,;11]$ par :
$$f(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 15\ln(x).$$
1. Montrer que $f'(x) = \dfrac{-x^2+2x+15}{x}$ pour tout x de $[1\,;11]$.
2. Dresser le tableau de variation de f.

81 Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par :
$f(x) = (2-\ln x)\ln(x)$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.
1. Étudier les variations de f.
2. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse e^2.
3. Déterminer l'intersection de $\mathscr{C}$ et de l'axe des abscisses.

82 Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = (\ln(x))^3 + x$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.
1. Calculer $f'(x)$.
2. Déterminer une équation de T, la tangente à $\mathscr{C}$ en son point d'abscisse 1.
3. Étudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à T.

87 On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $]-1\,;+\infty[$ par $f(x) = \ln(1+x)$.
1. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
2. a. Étudier la convexité de la fonction f.
b. En déduire que pout tout x appartenant à $]-1\,;+\infty[$:
$$\ln(1+x) \leqslant x.$$

88 Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to 0^+} x - lnx$ 2) $\lim\limits_{x\to +\infty} x - lnx$ 3) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{lnx}{x}$ 4) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{1}{x} - 1 + lnx$

5) $\lim\limits_{x\to -\infty} ln\left(1+\sqrt{1+x^2}\right)$ 6) $\lim\limits_{x\to +\infty} ln\left(1+\sqrt{1+x^2}\right)$ 7) $\lim\limits_{x\to +\infty} ln\left(x^2-5x+2\right)$