

Factorisations

Lorsque qu'une expression se présente sous la forme d'une somme, dire qu'on la factorise, c'est dire qu'on la transforme en produit.



En seconde, seules deux méthodes de base comptent.

L'une est la mise en évidence d'un facteur commun, l'autre fait intervenir les identités remarquables.

Plus on obtient de facteurs, meilleure est la factorisation.

- ☒ Chercher un facteur commun aux différents termes
- ☒ Chercher si on peut factoriser en utilisant une identité remarquable.
- ☒ Faire apparaître un facteur commun aux différents termes
- ☒ En désespoir de cause, on peut être amené à développer, en espérant une simplification qui permettra ensuite une factorisation.

Chercher un facteur commun aux différents termes

$$\begin{aligned} A &= (x+8)(-3x+4) + (x+8)(2x-7) & B &= 2(x-1) + 3(x-1)^2 \\ &= (x+8)(-3x+4 + 2x-7) & &= 2(x-1) + 3(x-1)(x-1) \\ &= (x+8)(-x-3) & &= (x-1)[2 + 3(x-1)] \\ & & &= (x-1)(3x-1) \end{aligned}$$

Chercher si on peut factoriser en utilisant une identité remarquable.

$$D = -x^2 + \frac{16}{25} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - x^2 = \left(\frac{4}{5} - x\right)\left(\frac{4}{5} + x\right)$$

$$E = x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 = (x+1)^2$$

$$F = 4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x+3)^2$$

$$G = 25x^2 - 20x + 4 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2 = (5x-2)^2$$

$$H = (x-1)^2 - (2x+3)^2 = [(x-1) + (2x+3)][(x-1) - (2x+3)] = (3x+2)(-x-4)$$

Exercice : Factoriser

$$A = 9x^2 + 6x + 1$$

$$I = x(x+4) + 3x + 12$$

$$B = 25 - 4x^2$$

$$J = x^2 + 3x - 5(x+3)$$

$$C = 49x^2 - 42x + 9$$

$$K = 6x(x-7) - x + 7$$

$$D = (x+2)(2x+3) + (x+2)^2$$

$$L = x^2 - 2$$

$$E = (2x-3)^2 - 5(2x-3)(x+1)$$

$$M = 144 - 16x^2 - (3x-5)(3-x)$$

$$F = (2x-1)^2 - (x+3)^2$$

$$N = 121x^2 + 220x + 100 - (2x-1)(11x+10)$$

$$G = x(x-2) + 3(x-2)$$

$$O = (x-2)(3x+1) - x^2 + 4$$

$$H = 2x(x+5) - 3(x+5)(x-2)$$

$$P = 4x - 8 + x^2 - 4x + 4$$

CORRIGE

$$A = 9x^2 + 6x + 1 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = (3x + 1)^2$$

$$B = 25 - 4x^2 = 5^2 - (2x)^2 = (5 - 2x)(5 + 2x)$$

$$C = 49x^2 - 42x + 9 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 3 + 3^2 = (7x - 3)^2$$

$$D = (x + 2)(2x + 3) + (x + 2)^2 = (x + 2)[(2x + 3) + (x + 2)] = (x + 2)(2x + 3 + x + 2) \\ = (x + 2)(3x + 5)$$

$$E = (2x - 3)^2 - 5(2x - 3)(x + 1) = (2x - 3)[(2x - 3) - 5(x + 1)] = (2x - 3)(2x - 3 - 5x - 5) \\ = (2x - 3)(-3x - 8)$$

$$F = (2x - 1)^2 - (x + 3)^2 = [(2x - 1) - (x + 3)][(2x - 1) + (x + 3)] = (x - 4)(3x + 2)$$

$$G = x(x - 2) + 3(x - 2) = (x - 2)(x + 3)$$

$$H = 2x(x + 5) - 3(x + 5)(x - 2) = (x + 5)(2x - 3(x - 2)) = (x + 5)(2x - 3x + 6) \\ = (x + 5)(-x + 6)$$

$$I = x(x + 4) + 3x + 12 = x(x + 4) + 3(x + 4) = (x + 4)(x + 3)$$

$$J = x^2 + 3x - 5(x + 3) = x(x + 3) - 5(x + 3) = (x + 3)(x - 5)$$

$$K = 6x(x - 7) - x + 7 = 6x(x - 7) - (x - 7) = (x - 7)(6x - 1)$$

$$L = x^2 - 2 = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$$

$$M = 144 - 16x^2 - (3x - 5)(3 - x) = 12^2 - (4x)^2 - (3x - 5)(3 - x) \\ = (12 - 4x)(12 + 4x) - (3x - 5)(3 - x) \\ = 4(3 - x)(12 + 4x) - (3x - 5)(3 - x) \\ = (3 - x)(4(12 + 4x) - 3x + 5) \\ = (3 - x)(53 + 13x)$$

$$N = 121x^2 + 220x + 100 - (2x - 1)(11x + 10) = (11x)^2 + 2 \times 11x \times 10 + 10^2 - (2x - 1)(11x + 10) \\ = (11x + 10)^2 - (2x - 1)(11x + 10) \\ = (11x + 10)(11x + 10 - 2x + 1) \\ = (11x + 10)(9x + 11)$$

$$O = (x - 2)(3x + 1) - x^2 + 4 = (x - 2)(3x + 1) - (x^2 - 2^2) = (x - 2)(3x + 1) - (x - 2)(x + 2) \\ = (x - 2)(3x + 1 - x - 2) \\ = (x - 2)(2x - 1)$$

$$P = 4x - 8 + x^2 - 4x + 4 = 4(x - 2) + (x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2) = 4(x - 2) + (x - 2)^2 = (x - 2)(4 + x - 2) \\ = (x - 2)(x + 2)$$

