1STMG Fiche de révisions pour le DS de jeudi 18 janvier 2024

Revoir le cours et savoir compléter les pages 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 et 8 et refaire les exercices pages 6 et 10.

Exercice 1: Compléter les tableaux de variations des fonctions suivantes :

$f(x) = -5x^2 + 2$

x	
variations de f	

$g(x) = 4(x-2)(x-6)$

x	
variations de g	

$h(x) = 8x^2 - 1$

x	
variations de h	

Exercice 2: Compléter les tableaux de signes des fonctions suivantes :

$f(x) = -2(x-3)^2$

x	
signes de f	

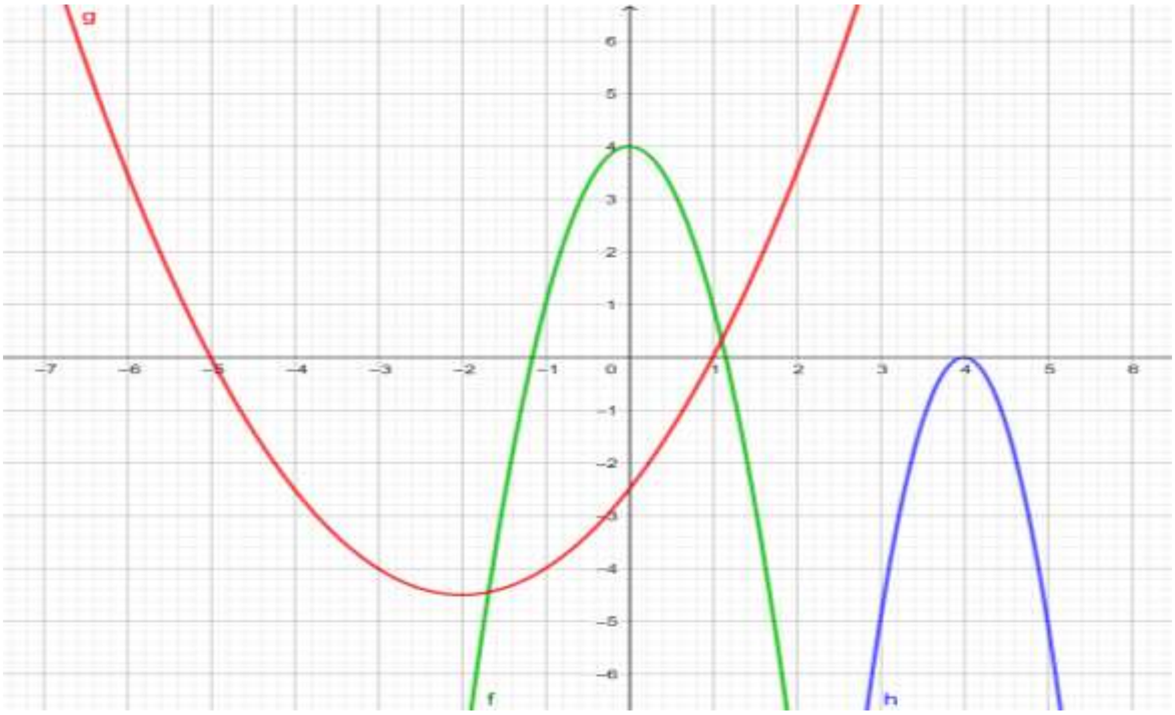
$g(x) = 5(x+1)(x-2)$

x	
signes de g	

$h(x) = -4(x-3)(x-1)$

x	
signes de h	

Exercice 3 : Retrouver les expressions des fonctions représentées ci-dessous :



Exercice 4 :

66 STMG Une micro-entreprise fabrique des ventilateurs *vintage*. Le PDG estime que la production pour le mois à venir doit être comprise entre 1 500 et 3 000. On s'intéresse au volume de production qui maximise le profit de l'entreprise. On modélise ce profit, exprimé en centaines d'euros, par la fonction f définie par :

$f(x) = -2x^2 + 90x - 400$, pour $x \in [15\,;30]$.

1. Vérifier que 5 et 40 sont des racines du polynôme $-2x^2 + 90x - 400$.

2. En déduire la forme factorisée de la fonction f.

3. Déterminer le signe de la fonction f sur l'intervalle $[15\,;30]$.

4. Déterminer la valeur pour laquelle f atteint son extremum.

5. Dresser le tableau de variation de la fonction.

6. Interpréter dans le contexte de l'exercice les résultats obtenus aux questions **3.** et **5.**

<u>1STMG2   DEVOIR SURVEILLE (1h)</u>

<u>Exercice 1:</u>   Compléter les tableaux de variations des fonctions suivantes :

$f(x) = -5x^2 + 2$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
variations de f		$\nearrow$	2	$\searrow$	

a = – 5 donc la parabole est tournée vers le bas.

b= 2   donc le sommet a pour coordonnées (0 ; 2)

$g(x) = 4\,(x-2)\,(x-6)$

x	$-\infty$		4		$+\infty$
variations de g		$\searrow$	-16	$\nearrow$	

a = 4 donc la parabole est tournée vers le haut.

$x_1 = 2$ et $x_2 = 6$ donc $\dfrac{6+2}{2} = 4$ est l'abscisse du sommet. Son ordonnée est $g(4) = 4\times2\times(-2) = -16$

$h(x) = 8x^2 - 1$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
variations de h		$\searrow$	-1	$\nearrow$	

a = 8 donc la parabole est tournée vers le haut.

D'après la calculette, le sommet a pour coordonnées (0 ; – 1)

<u>Exercice 2:</u>   Compléter les tableaux de signes des fonctions suivantes :

$f(x) = -2\,(x-3)^2$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
signes de f		$-$	0	$-$	

a = – 2 donc la parabole est tournée vers le bas.
Elle est entièrement située sous l'axe des abscisses.
Elle coupe l'axe des abscisses en $x_1 = 3$

$g(x) = 5\,(x+1)\,(x-2)$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
signes de g		$+$	0	$-$	0	$+$	

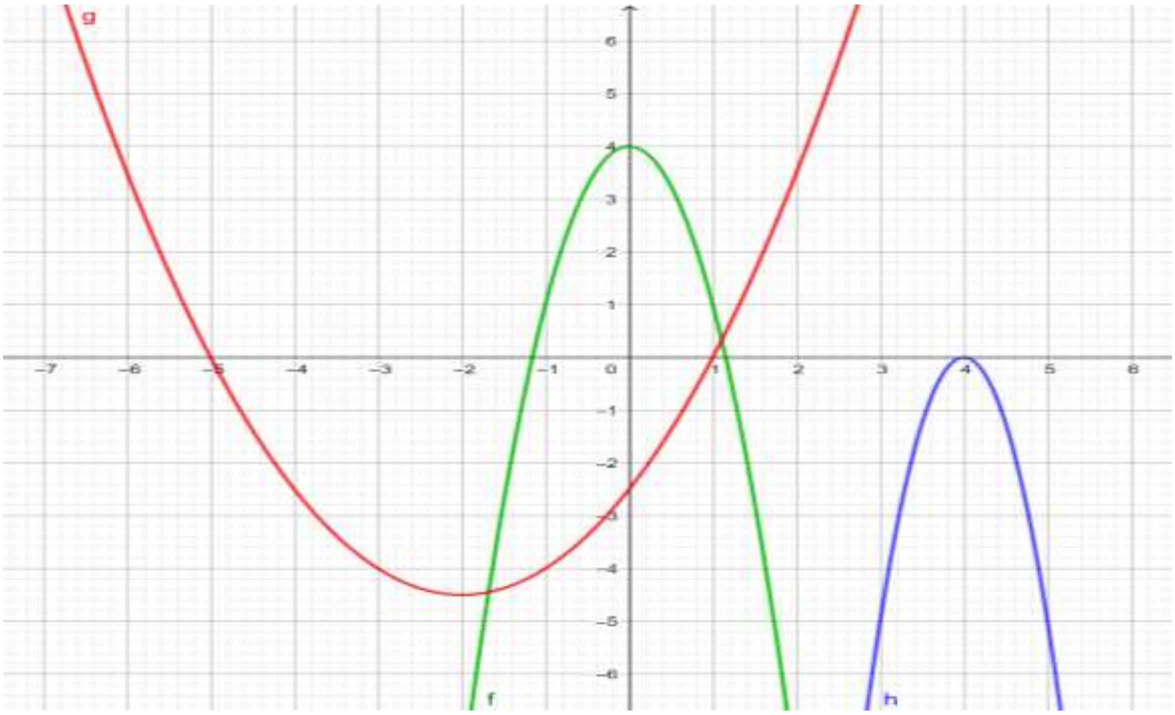
a = 5 donc la parabole est tournée vers le haut.
$x_1 = -1$ et $x_2 = 2$

$h(x) = -4\,(x-3)\,(x-1)$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
signes de h		$-$	0	$+$	0	$-$	

a = – 4 donc la parabole est tournée vers le bas.
$x_1 = 3$ et $x_2 = 1$

Exercice 3 : Retrouver les expressions des fonctions représentées ci-dessous :



Pour *f* (courbe verte) :
L'axe des ordonnées est l'axe de symétrie donc $f(x) = ax^2 + b$.
La parabole est tournée vers le bas donc a est négatif.
Le sommet est S (0 ; 4) donc b = 4.
donc $f(x) = a\,x^2 + 4$.
$f(1) = 1$ et $f(1) = a + 4$ donc $a + 4 = 1 \Leftrightarrow a = -3$ donc $\boldsymbol{f(x) = -3\,x^2 + 4}$

Pour g (courbe rouge) :
L'axe des ordonnées n'est pas l'axe de symétrie et la courbe coupe deux fois l'axe des abscisses
donc $g(x) = a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$ avec $x_1 = -5$ et $x_2 = 1$.
Donc $g(x) = a\,(x + 5)\,(x - 1)$
La parabole est tournée vers le haut donc a est positif.
$g(-1) = -4$ et $g(-1) = a\,(-1 + 5)\,(-1 - 1) = a \times 4 \times (-2) = a \times (-8)$
donc $-4 = a \times (-8) \Leftrightarrow \dfrac{-4}{-8} = a \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = a$ donc $\boldsymbol{g(x) = \dfrac{1}{2}\,(x + 5)\,(x - 1)}$.

Pour h (courbe bleue)
La parabole est tournée vers le bas donc a est négatif.
L'axe des ordonnées n'est pas l'axe de symétrie et la courbe coupe une seule fois l'axe des abscisses
donc $h(x) = a\,(x - x_1)^2$ avec $x_1 = 4$ donc $h(x) = a\,(x - 4)^2$
$h(3) = -5$ et $h(3) = a\,(3 - 4)^2 = a \times 1 = a$ donc $a = -5$ donc $\boldsymbol{h(x) = -5\,(x - 4)^2}$

Exercice 4 :

$f(x) = -2x^2 + 90x - 400$ sur [15 ; 30].

1) Pour vérifier qu'un nombre est racine d'un polynôme il faut vérifier que son image vaut 0.
$f(5) = -2 \times 5^2 + 90 \times 5 - 400 = -50 + 450 - 400 = 0$ donc 5 est racine de $f(x)$.
$f(40) = -2 \times 40^2 + 90 \times 40 - 400 = -3200 + 3600 - 400 = 0$ donc 40 est racine de $f(x)$.

2) Si 5 et 40 sont des racines de $f(x)$ cela signifie que $x_1 = 5$ et $x_2 = 40$. De plus a = – 2
donc $f(x) = a (x - x_1)(x - x_2) = -2 (x - 5) (x - 40)$.

3) a = – 2 donc la parabole représentant f est tournée vers le bas.
$x_1 = 5$ et $x_2 = 40$.
On peut donc faire le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	5	15	30	40	$+\infty$
signes de $f(x)$	–	0	+		0	–

Donc entre 15 et 30 le signe de $f(x)$ est positif.

4)et 5) $x_1 = 5$ et $x_2 = 40$ donc l'abscisse du sommet est $\dfrac{5 + 40}{2} = 22{,}5$.

L'ordonnée du sommet est $f(22{,}5) = -2 \times 22{,}5^2 + 90 \times 22{,}5 - 400 = -1012{,}5 + 2025 - 400 = 612{,}5$
Donc on peut faire le tableau de variations suivant :

x	15	22,5	30
variations de f	↗	612,5	↘

On en déduit que f atteint son maximum en $x = 22{,}5$ et que ce maximum vaut 612,5.

6) $f(x)$ représente le profit de l'entreprise en centaines d'euros lorsqu'elle produit x ventilateurs également exprimés en centaines. x est compris entre 1500 et 3 000.
Donc le tableau de la question 3) nous montre que le profit sera positif si l'entreprise fabrique entre 1500 et 3 000 ventilateurs.
Le tableau de la question 5) nous montre que ce profit sera maximal si l'entreprise produit 2250 ventilateurs. Son profit sera alors de 61 250€.