2nde FICHE DE REVISIONS DS du 22 Janvier 2024

73 [Calculer.]

1. $(-2x+1)(6x+5)>0$
2. $(2-3x)(4x-1)\leqslant 0$
3. $\left(\frac{1}{2}x+3\right)\left(\frac{-2}{3}x-\frac{1}{2}\right)<0$

74 [Calculer.]

1. $(5x-3)(2x+1)>(2x+1)(x-4)$
2. $(3x+2)(-6x-1)\geqslant(3x+2)^2$
3. $(2x-1)(-5x+7)<4x^2-4x+1$

75 [Calculer.]

1. $\dfrac{x+2}{-x+6}<0$ 2. $\dfrac{3x-4}{2x+3}\geqslant 0$ 3. $\dfrac{\frac{1}{2}x-7}{8x+\frac{1}{3}}\leqslant 0$

76 [Calculer.]

1. $\dfrac{x-4}{x+8}>-1$ 2. $\dfrac{x}{2x-10}\geqslant 2$ 3. $\dfrac{1-4x}{x-3}<-4$

24 On considère les points $A(6\,;5)$, $B(2\,;-3)$ et $C(-4\,;0)$.

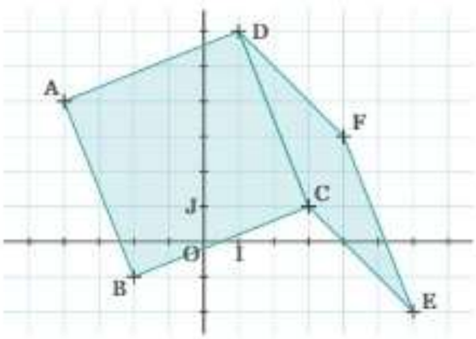
1. Calculer les distances AB, BC et AC.
2. En déduire la nature du triangle ABC.
3. Calculer le périmètre et l'aire de ce triangle.

28 Dans les cas suivants, les points A, B et C sont-ils alignés ?

1. $A(-1\,;6)$, $B(2\,;3)$ et $C(5\,;0)$
2. $A(-2\,;1)$, $B(2\,;4)$ et $C(5\,;6)$

36 [Chercher]

Dans le repère orthonormé $(O\,;I\,,J)$ ci-dessous, on considère le carré ABCD et le parallélogramme EFDC.



1. Lire les coordonnées de tous les points.
2. Calculer les coordonnées du milieu K de [AE].
3. Calculer les coordonnées du milieu L de [BF].
4. En déduire la nature du quadrilatère AFEB.
5. Que dire alors des droites (AF) et (BE) ?

41 [Calculer.]

Soit $(O\,;I\,,J)$ un repère orthonormé du plan. On considère les trois points $A(1\,;3)$, $B(1{,}5\,;8)$ et $C(4\,;5)$.

1. Faire une figure.
2. Calculer les coordonnées du milieu K de [BC].
3. Calculer les coordonnées de D, symétrique du point A par rapport à K.
4. Déterminer la nature du quadrilatère ABDC.

CORRECTION

Corrigé exercice 73 :

1.

x	$-\infty$		$-\frac{5}{6}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$-2x+1$		+		+	0	-	
$6x+5$		-	0	+		+	
$(-2x+1)(6x+5)$		-	0	+	0	-	

Donc

$$(-2x+1)(6x+5)>0 \iff x\in]-\frac{5}{6};\frac{1}{2}[.$$

2.

x	$-\infty$		$\frac{1}{4}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$2-3x$		+		+	0	-	
$4x-1$		-	0	+		+	
$(2-3x)(4x-1)$		-	0	+	0	-	

Donc

$$(2-3x)(4x-1)\leqslant 0 \iff x\in]-\infty;\frac{1}{4}]\cup[\frac{2}{3};+\infty[.$$

3.

x	$-\infty$		-6		$-\frac{3}{4}$		$+\infty$
$\frac{1}{2}x+3$		-	0	+		+	
$\frac{-2}{3}x-\frac{1}{2}$		+		+	0	-	
$(\frac{1}{2}x+3)(\frac{-2}{3}x-\frac{1}{2})$		-	0	+	0	-	

Donc

$$(\frac{1}{2}x+3)(\frac{-2}{3}x-\frac{1}{2})<0 \iff x\in]-\infty;-6[\cup]-\frac{3}{4};+\infty[$$

Corrigé exercice 74 :

1. $(5x-3)(2x+1)>(2x+1)(x-4)$

$\iff (5x-3)(2x+1)-(2x+1)(x-4)>0$

$\iff (2x+1)((5x-3)-(x-4))>0$

$\iff (2x+1)(5x-3-x+4)>0$

$\iff (2x+1)(4x+1)>0$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
$2x+1$		-	0	+		+	
$4x+1$		-		-	0	+	
$(2x+1)(4x+1)$		+	0	-	0	+	

Donc

$$(5x-3)(2x+1)>(2x+1)(x-4)$$

$$\iff x\in]-\infty;-\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{4};+\infty[$$

2.

$(3x+2)(-6x-1)\geqslant(3x+2)^2$

$\iff (3x+2)(-6x-1)-(3x+2)^2\geqslant 0$

$\iff (3x+2)((-6x-1)-(3x+2))\geqslant 0$

$\iff (3x+2)(-6x-1-3x-2)\geqslant 0$

$\iff (3x+2)(-9x-3)\geqslant 0$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
$3x+2$		-	0	+		+	
$-9x-3$		+		+	0	-	
$(3x+2)(-9x-3)$		-	0	+	0	-	

Donc

$$(3x+2)(-6x-1)\geqslant(3x+2)^2 \iff x\in[-\frac{2}{3};-\frac{1}{3}].$$

3.
$(2x-1)(-5x+7) < 4x^2 - 4x + 1$
$\iff (2x-1)(-5x+7) < (2x-1)^2$
$\iff (2x-1)((-5x+7) - (2x-1)) < 0$

$\iff (2x-1)(-5x+7-2x+1) < 0$

$\iff (2x-1)(-7x+8) < 0$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{8}{7}$		$+\infty$
$2x-1$		-	0	+	|	+	
$-7x+8$		+	|	+	0	-	
$(2x-1)(-7x+8)$		-	0	+	0	-	

Donc

$(2x-1)(-5x+7) < 4x^2 - 4x + 1 \iff x \in]-\infty; \frac{1}{2}[\cup]\frac{8}{7}; +\infty[$.

Corrigé exercice 75 :

1.

x	$-\infty$		-2		6		$+\infty$
$x+2$		-	0	+	|	+	
$-x+6$		+	|	+	0	-	
$\frac{x+2}{-x+6}$		-	0	+	||	-	

Donc

$$\frac{x+2}{-x+6} < 0 \iff x \in]-\infty; -2[\cup]6; +\infty[.$$

2.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$3x-4$		-	|	-	0	+	
$2x+3$		-	0	+	|	+	
$\frac{3x-4}{2x+3}$		+	||	-	0	+	

Donc

$$\frac{3x-4}{2x+3} \geqslant 0 \iff x \in]-\infty; -\frac{3}{2}[\cup[\frac{4}{3}; +\infty[.$$

3.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{24}$		14		$+\infty$
$\frac{1}{2}x-7$		-	|	-	0	+	
$8x+\frac{1}{3}$		-	0	+	|	+	
$\frac{\frac{1}{2}x-7}{8x+\frac{1}{3}}$		+	||	-	0	+	

Donc

$$\frac{\frac{1}{2}x-7}{8x+\frac{1}{3}} \leqslant 0 \iff x \in]-\frac{1}{24}; 14].$$

Corrigé exercice 76 :

1.

$$\frac{x-4}{x+8} > -1 \iff \frac{x-4}{x+8} + 1 > 0$$
$$\iff \frac{x-4}{x+8} + \frac{x+8}{x+8} > 0$$
$$\iff \frac{2x+4}{x+8} > 0$$

x	$-\infty$		-8		-2		$+\infty$
$2x+4$		-		-	0	+	
$x+8$		-	0	+		+	
$\frac{2x+4}{x+8}$		+	‖	-	0	+	

Donc

$$\frac{x-4}{x+8} > -1 \iff x \in]-\infty;-8[\cup]-2;+\infty[$$.

2.

$$\frac{x}{2x-10} \geqslant 2 \iff \frac{x}{2x-10} - 2 \geqslant 0$$
$$\iff \frac{x}{2x-10} - \frac{2(2x-10)}{2x-10} \geqslant 0$$
$$\iff \frac{x}{2x-10} - \frac{4x-20}{2x-10} \geqslant 0$$
$$\iff \frac{-3x+20}{2x-10} \geqslant 0$$

x	$-\infty$		5		$\frac{20}{3}$		$+\infty$
$-3x+20$		+		+	0	-	
$2x-10$		-	0	+		+	
$\frac{-3x+20}{2x-10}$		-	‖	+	0	-	

Donc

$$\frac{x}{2x-10} \geqslant 2 \iff x \in]5;\frac{20}{3}[$$.

3.

$$\frac{1-4x}{x-3} < -4 \iff \frac{1-4x}{x-3} + 4 < 0$$
$$\iff \frac{1-4x}{x-3} + \frac{4(x-3)}{x-3} < 0$$
$$\iff \frac{1-4x}{x-3} + \frac{4x-12}{x-3} < 0$$
$$\iff \frac{-11}{x-3} < 0$$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
-11		-		-	
$x-3$		-	0	+	
$\frac{-11}{x-3}$		+	‖	-	

Donc

$$\frac{1-4x}{x-3} < -4 \iff x \in]3;+\infty[$$.

Corrigé exercice 24 :

1. Le repère $(\mathrm{O};\mathrm{I},\mathrm{J})$ étant orthonormé, on a :
$AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}=\sqrt{(6-2)^2+(5-(-3))^2}=4\sqrt{5}$
$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(-4-2)^2+(0-(-3))^2}=3\sqrt{5}$
$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(-4-6)^2+(0-5)^2}=5\sqrt{5}$
2. En s'aidant d'une figure on peut conjecture que le triangle ABC est rectangle en B.
Démontrons ce résultat à l'aide de la réciproque du théorème de Pythagore.
$AC^2=125$ et $AB^2+BC^2=80+45=125$.
On a bien $AC^2=AB^2+BC^2$ donc le triangle ABC est rectangle en B.
3. Le périmètre de ce triangle vaut $AB+BC+AC=12\sqrt{5}$ unités
et son aire vaut $\dfrac{AB\times BC}{2}=\dfrac{60}{2}=30$ unités d'aire.

Corrigé exercice 28 :

1. Le repère étant orthonormé, on peut calculer les distances suivantes :
$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(2-(-1))^2+(3-6)^2}=3\sqrt{2}$
$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(5-2)^2+(0-3)^2}=3\sqrt{2}$
$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(5-(-1))^2+(0-6)^2}=6\sqrt{2}$
$AB+BC=AC$ donc les points A, B et C sont alignés dans cet ordre.
2. Le repère étant orthonormé, on peut calculer les distances suivantes :
$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(2-(-2))^2+(4-1)^2}=5$
$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(5-2)^2+(6-4)^2}=\sqrt{13}$
$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(5-(-2))^2+(6-1)^2}=\sqrt{74}$
$AB+BC\neq AC$ donc les points ne sont pas alignés (on peut ne tester que la somme des deux plus petites longueurs pour répondre à la question).

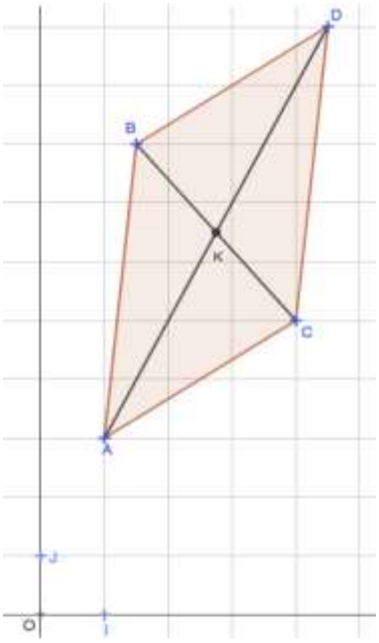
Corrigé exercice 36 :

1. Dans le repère orthonormé $(O\,;I,J)$, on a : $O(0;0)$; $I(1;0)$ et $J(0;1)$.
De plus :
$A(-4;4)$; $B(-2;-1)$; $C(3;1)$; $D(1;6)$; $E(6;-2)$ et $F(4;3)$.
2. On utilise les formules de calcul des coordonnées d'un milieu :
$x_K=\dfrac{x_A+x_E}{2}=1$ et $y_K=\dfrac{y_A+y_E}{2}=1$
Le point K a donc pour coordonnées $(1;1)$.
3. On utilise les formules de calcul des coordonnées d'un milieu :
$x_L=\dfrac{x_B+x_F}{2}=1$ et $y_L=\dfrac{y_B+y_F}{2}=1$
Le point L a donc pour coordonnées $(1;1)$.

4. Les milieux K et L des segments respectifs $[AE]$ et $[BF]$ sont confondus, le quadrilatère $AFEB$ est donc un parallélogramme.
5. Comme le quadrilatère $AFEB$ est un parallélogramme, les droites (AF) et (BE) sont parallèles.

Corrigé exercice 41 :

1. On obtient la figure ci-dessous :



2. K est le milieu $[BC]$ on a donc :
$x_K = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1,5+4}{2} = 2,75$ et $y_K = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{8+5}{2} = 6,5$ donc $K(2,75; 6,5)$.

3. Le point D est le symétrique du point A par rapport au point K si et seulement si le point K est le milieu de $[AD]$ on peut donc écrire
$x_K = \frac{x_A + x_D}{2}$ et $y_K = \frac{y_A + y_D}{2}$.
On a donc $2,75 = \frac{1 + x_D}{2}$ et $6,5 = \frac{3 + y_D}{2}$. Et on trouve alors $D(4,5; 10)$.

4. Les diagonales $[BC]$ et $[AD]$ du quadrilatère $ABDC$ ont le même milieu K donc $ABDC$ est un parallélogramme.