Nom, Prénom : ……………… **Lundi 4 Décembre 2023**

<u>Term Spé INTERROGATION /10</u>

/10

<u>Exercice 1:</u> Déterminer les limites suivantes

a) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2n^2 - 6}{7n - 3}$ b) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2\cos n}{5n^2}$ c) $\lim\limits_{n \to +\infty} -4 \times 3^n - 9$

<u>Exercice 2:</u> On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-2 ; 5]$.

x	-2		0		5
Variations de f			2		
	-3	$\nearrow$		$\searrow$	0

Montrer que l'équation $f(x) = -2$ admet une unique solution sur $[-2 ; 5]$.

<u>Exercice 3:</u> Factoriser :

a) $(x - 5)(x + 4) - (2x - 5)(x - 5)$

b) $4x^2 - 9$

Nom, Prénom : ……………… **Lundi 4 Décembre 2023**

<u>Term Spé INTERROGATION /10</u>

/10

<u>Exercice 1:</u> Déterminer les limites suivantes

a) $2 \times (-0{,}4)^n - 9$ b) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{5n - 8}{7n^2 - 2}$ c) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-3\sin n}{n^2}$

<u>Exercice 2:</u> On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-2 ; 5]$.

x	-2		0		5
Variations de f	3	$\searrow$		$\nearrow$	0
			-2		

Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur $[-2 ; 5]$.

<u>Exercice 3:</u> Factoriser :

a) $(x - 2)(x + 4) - (2x - 5)(x + 4)$

b) $49x^2 - 1$

Term Spé CORRECTION INTERROGATION /10

Exercice 1: Déterminer les limites suivantes

a) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2n^2 - 6}{7n - 3}$

$$\frac{2n^2 - 6}{7n - 3} = \frac{n^2\left(2 - \dfrac{6}{n^2}\right)}{n\left(7 - \dfrac{3}{n}\right)} = \frac{n\left(2 - \dfrac{6}{n^2}\right)}{7 - \dfrac{3}{n}}$$

$\lim\limits_{n \to +\infty} n = +\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 2 - \dfrac{6}{n^2} = 2$

Par produit $\lim\limits_{n \to +\infty} n\left(2 - \dfrac{6}{n^2}\right) = +\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 7 - \dfrac{3}{n} = 7$

Par quotient $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2n^2 - 6}{7n - 3} = +\infty$

b) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2\cos n}{5n^2}$

$-1 \leq \cos n \leq 1$

$2 \leq 2\cos n \leq 2$ car 2 est positif

$\dfrac{2}{5n^2} \leq \dfrac{2\cos n}{5n^2} \leq \dfrac{2}{5n^2}$ car $5n^2 > 0$

$\lim\limits_{n \to +\infty} -\dfrac{2}{5n^2} = \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2}{5n^2} = 0$ donc, d'après le théorème des gendarmes,

$\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{2\cos n}{5n^2} = 0$

c) $\lim\limits_{n \to +\infty} -4 \times 3^n - 9$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 3^n = +\infty$ car $3 > 1$ donc par produit $\lim\limits_{n \to +\infty} -4 \times 3^n = -\infty$

Et par somme $\lim\limits_{n \to +\infty} -4 \times 3^n - 9 = -\infty$

Exercice 2: On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-2 ; 5]$.

x	-2	0	5
Variations de g	-3 ↗	2	↘ 0

Montrer que l'équation $f(x) = -2$ admet une unique solution sur $[-2 ; 5]$.

La fonction f est définie, continue (d'après le tableau) et strictement croissante sur $[-2 ; 0]$.
$f(-2) = -3$; $f(0) = 2$ et $-2 \in [f(-2) ; f(0)]$
Donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire , il existe un unique α dans $[-2 ; 0]$ solution de $f(x) = -2$.

La fonction f est définie, continue (d'après le tableau) et strictement décroissante sur $[0 ; 5]$.
$f(0) = 2$; $f(5) = 0$ et $-2 \notin [f(5) ; f(0)]$
Donc d'après la contraposée du théorème de la valeur intermédiaire , il n'existe aucune solution de $f(x) = -2$ dans $[0 ; 5]$.

Donc $f(x) = -2$ admet une unique solution sur $[-2 ; 5]$.

Exercice 3: Factoriser :

a) $(x - 5)(x + 4) - (2x - 5)(x - 5)$

$= (x - 5)(x + 4 - 2x + 5)$

$= (x - 5)(-x + 9)$

b) $4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$

Term Spé CORRECTION INTERROGATION /10

Exercice 1: Déterminer les limites suivantes

a) $2 \times (-0{,}4)^n - 9$

$\lim\limits_{n \to +\infty} (-0{,}4)^n = 0$ car $-1 < -0{,}4 < 1$ donc par produit

$\lim\limits_{n \to +\infty} 2 \times (-0{,}4)^n = 0$ et par somme $\lim\limits_{n \to +\infty} 2 \times (-0{,}4)^n - 9 = -9$

b) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{5n-8}{7n^2-2}$ $\qquad \dfrac{5n-8}{7n^2-2} = \dfrac{n\left(5-\dfrac{8}{n}\right)}{n^2\left(7-\dfrac{2}{n^2}\right)} = \dfrac{5-\dfrac{8}{n}}{n\left(7-\dfrac{2}{n^2}\right)}$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 5 - \dfrac{8}{n} = 5$

$\lim\limits_{n \to +\infty} n = +\infty$

$\lim\limits_{n \to +\infty} 7 - \dfrac{2}{n^2} = 7$

Par produit $\lim\limits_{n \to +\infty} n\left(7-\dfrac{2}{n^2}\right) = +\infty$

Par quotient $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{5n-8}{7n^2-2} = 0$

c) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-3\sin n}{n^2}$

$-1 \leq \sin n \leq 1$

$3 \geq -3\sin n \geq -3$ car -3 est négatif

$\dfrac{3}{n^2} \geq \dfrac{-3\sin n}{n^2} \geq -\dfrac{3}{n^2}$ car $n^2 > 0$

$\lim\limits_{n \to +\infty} -\dfrac{3}{n^2} = \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{3}{n^2} = 0$ donc, d'après le théorème des gendarmes,

$\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-3\sin n}{n^2} = 0$

Exercice 2: On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-2\,;5]$.

x	-2		0		5
Variations de f	3	↘	-2	↗	0

Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur $[-2\,;5]$.

La fonction f est définie, continue (d'après le tableau) et strictement décroissante sur $[-2\,;0]$.

$f(-2) = 3$; $f(0) = -2$ et $2 \in [f(0)\,; f(-2)]$

Donc d'après le théorème de la valeur intermédiaire , il existe un unique α dans $[-2\,;0]$ solution de $f(x) = 2$.

La fonction f est définie, continue (d'après le tableau) et strictement croissante sur $[0\,;5]$.

$f(0) = -2$; $f(5) = 0$ et $2 \notin [f(0)\,; f(5)]$

Donc d'après la contraposée du théorème de la valeur intermédiaire , il n'existe aucune solution de $f(x) = 2$ dans $[0\,;5]$.

Donc $f(x) = 2$ admet une unique solution sur $[-2\,;5]$.

Exercice 3: Factoriser :

c) $(x-2)(x+4) - (2x-5)(x+4)$

$= (x+4)(x-2-2x+5)$

$= (x+4)(-x+3)$

d) $49x^2 - 1 = (7x-1)(7x+1)$

Term Spé CORRECTION INTERROGATION /10

Exercice 1: Déterminer les limites suivantes

a) $2 \times (-0{,}4)^n - 9$ b) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{5n - 8}{7n^2 - 2}$ c) $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-3\sin n}{n^2}$

Exercice 2: On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-2 ; 5]$.

x	-2		0		5
Variations de g	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution sur $[-2 ; 5]$.

Exercice 3: Factoriser :

e) $(x - 2)(x + 4) - (2x - 5)(x + 4)$

f) $49x^2 - 1$