TABLEAUX CROISES ET PROBABILITES CONDITIONNELLES

I. Proportion ou fréquence :

1) Exemple :

Dans une entreprise de 520 personnes, les salariés se répartissent en 4 catégories :
les ouvriers, les commerciaux, les employés administratifs et les cadres dirigeants.

a) On sait que 5% des salariés sont des cadres dirigeants, combien cela représente-t-il de personnes ?

$0,05 \times 520 = 26$. Il y a 26 cadres dirigeants dans cette entreprise.

b) On sait qu'il y a 442 ouvriers. Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les ouvriers ?

$\frac{442}{520} = 0,85$. Il y a 85% d'ouvriers parmi les salariés de l'entreprise.

c) Les employés administratifs sont 10. Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les employés administratifs ?

$\frac{10}{520} \approx 0,02$. Il y a environ 2% d'employés administratifs parmi les salariés de cette entreprise.

d) Le reste des salariés sont des commerciaux. Combien sont-ils ? Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les commerciaux ?

$520 - (26 + 442 + 10) = 520 - 478 = 42$. Il y a 42 commerciaux parmi les salariés de cette entreprise.

$\frac{42}{520} \approx 0,08$. Il y a environ 8% de commerciaux parmi les salariés de cette entreprise.

2) Définitions :

a) Effectif :

On appelle effectif n_A d'une population A, le nombre d'éléments qui constituent A.

Exemple : On appelle A la population des employés administratifs. $n_A = 10$.

b) Proportion ou fréquence :

On appelle proportion d'une population A dans une population de référence E,

le nombre $f(A) = \frac{n_A}{n_E}$.

Exemple : Si E est la population de salariés de l'entreprise, $n_E = 520$.

La proportion d'employés administratifs dans cette entreprise est $f(A) = \frac{10}{520} = \frac{1}{52} \approx 0,02$

On dira qu'environ 2% des salariés de l'entreprise sont des employés administratifs.
$(0,02 \times 100 = 2)$

Une proportion ou fréquence est très souvent donnée en pourcentage.
C'est un nombre compris entre 0 et 1 ou entre 0% et 100%.

c) Pour retrouver l'effectif n_A d'une population A quand on connait la proportion $f(A)$ de cette population dans la population globale, il suffit de faire

$$n_A = f(A) \times n_E$$

Exemple : Pour retrouver le nombre de cadres dirigeants n_C dans l'entreprise sachant qu'ils représentent 5% des salariés, on fait : $n_C = f(C) \times n_E = 0,05 \times 520 = 26$.

Exercices pour cette partie : Page 133 n° 2 et 3.

II. Les tableaux croisés :

1) Exemple :

Dans un club de sport, on connait les effectifs des adhérents pour chaque discipline en fonction de leur âge.

		A	B	C	D	
	Age / Activité	de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	Plus de 35 ans	TOTAL
V	Vélo	6	14	20	15	55
G	Aqua-Gym	4	9	18	35	66
S	Step	2	5	12	10	29
	TOTAL	12	28	50	60	150

a) Combien d'adhérents pratiquent le vélo ?55

b) Combien d'adhérents ont plus de 35 ans ?60

c) Combien d'adhérents de moins de 19 ans pratiquent l'aqua-gym ?4

d) Compléter le tableau suivant en pourcentages.(on arrondira à l'unité)

		A	B	C	D	
	Age / Activité	de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	Plus de 35 ans	TOTAL
V	Vélo	$\frac{6}{150}\times 100 = 4$	$\frac{14}{150}\times 100 \approx 9$	$\frac{20}{150}\times 100 \approx 13$	$\frac{15}{150}\times 100 = 10$	37
G	Aqua-Gym	$\frac{4}{150}\times 100 \approx 3$	$\frac{9}{150}\times 100 = 6$	$\frac{18}{150}\times 100 = 12$	$\frac{35}{150}\times 100 \approx 23$	44
S	Step	$\frac{2}{150}\times 100 \approx 1$	$\frac{5}{150}\times 100 \approx 3$	$\frac{12}{150}\times 100 = 8$	$\frac{10}{150}\times 100 \approx 7$	19
	TOTAL	$\frac{12}{150}\times 100 = 8$	$\frac{28}{150}\times 100 \approx 19$	$\frac{50}{150}\times 100 \approx 33$	$\frac{60}{150}\times 100 = 40$	≈ 100

2) Définitions :

a) Intersection de deux ensembles :

On appelle intersection de A et B et on note $A \cap B$, l'ensemble des éléments qui sont à la fois dans A et dans B.

Exemple : $A \cap G$ est l'ensemble des adhérents qui ont entre 16 et 18 ans et qui font de l'aqua-gym.

Remarque: Si $A \cap B$ est vide, on dit que A et B sont **disjoints** et on note $A \cap B = \varnothing$

b) Réunion de deux ensembles :

On appelle réunion de A et B et on note $A \cup B$, l'ensemble des éléments qui sont soit dans A soit dans B soit dans les deux.

Exemple : $A \cup B$ est l'ensemble des adhérents qui ont entre 16 et 25ans .

c) Inclusion :

On dit que A est inclus dans B et on note $A \subset B$, si tous les éléments de A sont dans B.

Exemple : L'ensemble V des adhérents faisant du vélo est inclus dans l'ensemble des adhérents du club.

Exercices pour cette partie : Page 133 n° 6 , 7 et 8. Page 135 n° 23, 24 et 25. Page 134 n° 16, 17, 19 et 20.

III. Probabilités :

1) Exemple :

Lors d'un marathon, les 200 participants sont contrôlés. Parmi eux, 20 ont eu un résultat " positif " au test anti-dopage.A la suite d'un examen plus poussé, on se rend compte que 5 coureurs parmi les 20 testés " positif " n'avaient pris aucun produit dopant et que 2 parmi ceux testés " négatif " avaient pris des produits dopants.

a) Compléter le tableau suivant de répartition des coureurs (en effectif)

		D	$\overline{D}$	
		Coureur dopé	Coureur non dopé	TOTAL
$\overline{N}$	Testé " positif "	15	5	20
N	Testé " négatif "	178	2	180
	TOTAL	193	7	200

On choisit au hasard un coureur parmi les 200 participants. On considère les événements :

D: " le coureur choisi est dopé " et N : " le coureur choisi est testé " négatif" ".

b) Quelle est la probabilité que le coureur choisi soit testé " positif " ?

$P(\overline{N}) = \frac{20}{200} = 0,1$. La probabilité que le coureur choisi soit testé " positif " est 0,1.

c) Exprimer par une phrase les événements $\overline{D}$, $\overline{N}$, $D \cap \overline{N}$, $\overline{D} \cap N$.

$\overline{D}$: " le coureur choisi n'est pas dopé " ,$\overline{N}$: " le coureur choisi est testé " positif " " ,

$D \cap \overline{N}$: " le coureur choisi est dopé et est testé " positif " ",

$\overline{D} \cap N$: " le coureur choisi n'est pas dopé et est testé " négatif" "

d) Calculer $P(D \cap \overline{N})$ et $P(\overline{D} \cap N)$.

$P(D \cap \overline{N}) = \frac{15}{200} = 0,075$ et $P(\overline{D} \cap N) = \frac{2}{200} = 0,01$

On choisit au hasard un coureur parmi les coureurs dopés.

e) Calculer la probabilité que ce coureur soit testé "positif ". On notera cette probabilité $P_D(\overline{N})$.

$P_D(\overline{N}) = \frac{15}{193} \approx 0,08$

On choisit au hasard un coureur parmi les coureurs non dopés.

f) Calculer la probabilité que ce coureur soit testé "négatif ". On notera cette probabilité $P_{\overline{D}}(N)$.

$P_{\overline{D}}(N) = \frac{2}{7} \approx 0,29$

2) Définitions :

a) Evénement :

Un événement est un ensemble de résultats possibles d'une expérience aléatoire.
On le notera à l'aide d'une lettre majuscule et on l'exprimera par une phrase entre guillemets.

Exemple : D: " le coureur choisi est dopé ".

On notera $\overline{D}$ l'événement **contraire** de D. $\overline{D}$: " le coureur choisi n'est pas dopé "

b) Probabilité d'un événement :

La probabilité de l'événement A se calcule avec la formule

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables à A}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Exemple : $P(\overline{D}) = \frac{7}{200} = 0,035$ ou $\mathbf{P(\overline{D}) = 1 - P(D)} = 1 - \frac{193}{200} = 1 - 0,965 = 0,035$

c) Probabilité d'une réunion :

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Exemple : Calculer $P(D \cup \overline{N})$.

$P(D) = 0,965$; $P(\overline{N}) = 0,1$; $P(D \cap \overline{N}) = 0,075$

donc $P(D \cup \overline{N}) = P(D) + P(\overline{N}) - P(D \cap \overline{N}) = 0,965 + 0,1 - 0,075 = 0,99$

d) Probabilité conditionnelle :

A et B sont deux événements tels que P(A) ≠ 0.
On appelle probabilité conditionnelle, la probabilité que B se réalise sachant que A s'est réalisé. On la note P_A (B), on lit ce symbole " P de B sachant A "
et on calcule cette probabilité avec la formule

$$P_A (B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\text{nombre de cas favorables à A et B}}{\text{nombre de cas favorables à A}}$$

Exemple : Calculer$P_D (\overline{N})$.

$P(D \cap \overline{N}) = 0,075$; $P(D) = 0,965$

donc $P_D (\overline{N}) = \dfrac{P(D \cap \overline{N})}{P(D)} = \dfrac{0,075}{0,965} = \dfrac{15}{193} \approx 0,08$

(on retrouve le résultat trouvé dans d) exercice)

Exercices pour cette partie : Page 136 n° 28 , 29 et 30.
Page 143 S'entrainer pour le bac.