

Chapitre 2 Les phénomènes aléatoires

I. Rituels : Automatismes

Rituel 5

- 1 Combien de temps faut-il à un cycliste, en minute, pour parcourir 45,5 km à une vitesse moyenne de 26 km/h ?
- 2 Calculer $-\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (2+1) \times \left(3 - \frac{4}{3}\right)$.
- 3 Donner l'écriture décimale de $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$.
- 4 Un prix augmente de 5 % et ensuite de 3 %. Calculer le taux d'évolution global correspondant à ces deux augmentations successives.
- 5 Quelle est la longueur, arrondie au cm près, du côté d'un carré d'aire 30 m² ?

Rituel 6

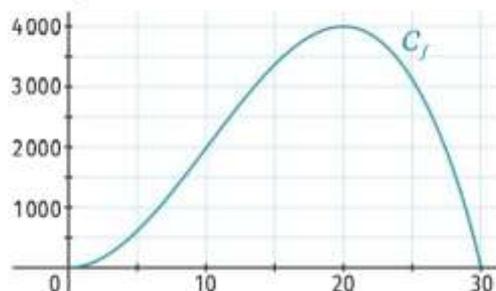
- 1 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2x - 1 = \frac{1}{3}x + 2$.
- 2 Une pièce rectangulaire a pour dimensions 2,39 m de largeur et 4,98 m de longueur. Déterminer un ordre de grandeur de sa surface au sol.
- 3 Calculer $3 - 5 \times 2 - 6 \div 4$.
- 4 Calculer 40 % de 80.
- 5 Par combien faut-il multiplier son salaire pour qu'il augmente de 3,5 % ?

Rituel 7

- 1 Donner un ordre de grandeur de la surface d'un terrain de football rectangulaire de longueur 101 m et de largeur 69 m.
- 2 Déterminer le nombre de secondes dans 1 h 30.
- 3 Écrire $\frac{12}{16}$ sous forme d'un pourcentage.
- 4 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2x^2 - 98 = 0$.
- 5 Déterminer le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 15 %.

Rituel 8

- 1 On s'intéresse à une fonction f dont la courbe représentative est tracée ci-dessous.



Décrire les variations de cette fonction sur l'intervalle $[0 ; 30]$.

- 2 Écrire $\frac{55}{88}$ sous forme décimale.
- 3 Calculer 25 % de 144.
- 4 Le nombre 2 est-il solution de l'équation $3x^2 - 3x + 2 = 0$?
- 5 Donner un ordre de grandeur de $19\,994 \times 21$.

II. Fréquences marginales ou conditionnelles :

1) Activité 1 : Efficacité d'un vaccin

Objectif Introduire la notion de fréquence marginale et de fréquence conditionnelle.

Doc. 1

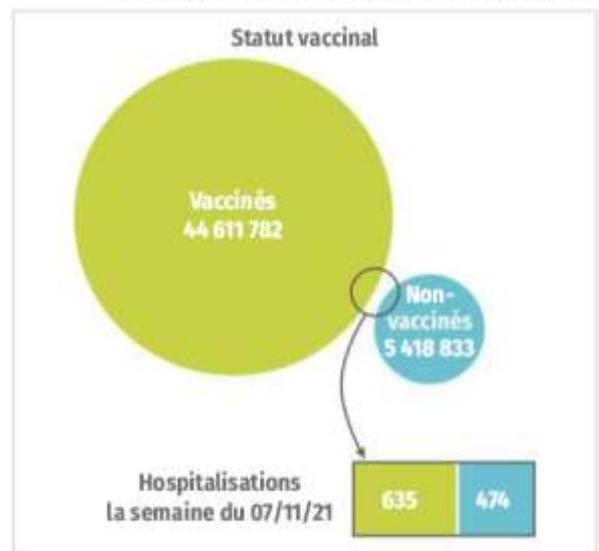
En novembre 2021, alors que 50 390 000 Français présentaient un schéma vaccinal complet, une cinquième vague épidémique à la progression particulièrement rapide apparaît, liée à l'émergence d'un nouveau variant. Sur les réseaux sociaux, plusieurs internautes s'interrogent alors sur l'efficacité du vaccin.

Doc. 3 Tableau d'effectifs à compléter

La population étudiée correspond aux personnes de plus de 20 ans.

	Vaccinés	Non-vaccinés	Total
Hospitalisés la semaine du 07/11/2021			
Non hospitalisés la semaine du 07/11/2021			
Total			

Doc. 2 Statut vaccinal et hospitalisations des Français de plus de 20 ans le 07/11/21



Source : Drees

Questions

- À l'aide des informations du **doc. 2**, compléter le tableau donné au **doc. 3**.
- Quelle est la fréquence des vaccinés dans la population étudiée ? Quelle est la fréquence des non-vaccinés dans la population étudiée ?
 - Ces fréquences calculées par rapport à la population totale sont appelées des **fréquences marginales**. Quelles autres fréquences marginales aurions-nous pu calculer dans cette activité ?
- On étudie maintenant la population formée des personnes de plus de 20 ans hospitalisées la semaine du 07/11/2021.
 - Quelle est la fréquence des vaccinés dans cette population ? Quelle est la fréquence des non-vaccinés dans cette population ? Ces fréquences, qui ne sont pas calculées sur la population totale mais uniquement sur une de ses parties, sont appelées **fréquences conditionnelles**.
 - Les fréquences conditionnelles calculées à la question précédente remettent-elles en question l'efficacité du vaccin ?
- Parmi les vaccinés de plus de 20 ans, quelle est la fréquence des personnes hospitalisées la semaine du 07/11/2021 ?
 - Parmi les non-vaccinés de plus de 20 ans, quelle est la fréquence des personnes hospitalisées la semaine du 07/11/2021 ?

Bilan

Comment distinguer une fréquence marginale d'une fréquence conditionnelle ?

2) Quelques exemples de calcul de fréquences marginales :

Dans une entreprise de 520 personnes, les salariés se répartissent en 4 catégories : les ouvriers, les commerciaux, les employés administratifs et les cadres dirigeants.

a) On sait que 5% des salariés sont des cadres dirigeants, combien cela représente-t-il de personnes ?

.....

b) On sait qu'il y a 442 ouvriers. Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les ouvriers ?

.....

c) Les employés administratifs sont 10. Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les employés administratifs ?

.....

d) Le reste des salariés sont des commerciaux. Combien sont-ils ? Quel pourcentage des salariés de l'entreprise représentent les commerciaux ?

.....

.....

.....

3) Définitions :

a) Effectif :

On appelle effectif n_A d'une population A, le nombre d'éléments qui constituent A.

Exemple : On appelle A la population des employés administratifs. $n_A =$

b) Proportion ou fréquence marginale :

On appelle fréquence ou proportion d'une population A dans une population de référence E,

le nombre $f(A) = \frac{n_A}{n_E}$.

Exemple : Si E est la population de salariés de l'entreprise, $n_E =$

La proportion d'employés administratifs dans cette entreprise est

$f(A) =$

On dira qu'environ

.....

Une proportion ou fréquence est très souvent donnée en pourcentage.

C'est un nombre compris entre 0 et 1 ou entre 0% et 100%.

c) Pour retrouver l'effectif n_A d'une population A quand on connaît la proportion marginale $f(A)$ de cette population (dans la population globale), il suffit de faire **$n_A = f(A) \times n_E$**

Exemple : Pour retrouver le nombre de cadres dirigeants n_C dans l'entreprise sachant qu'ils

représentent 5% des salariés, on fait : $n_C =$

4) Quelques exemples de calcul de fréquences conditionnelles :

Dans un club de sport, on connaît les effectifs des adhérents pour chaque discipline en fonction de leur âge.

Age Activité		A	B	C	D	TOTAL
		de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	Plus de 35 ans	
V	Vélo	6	14	20	15	
G	Aqua-Gym	4	9	18	35	
S	Step	2	5	12	10	
TOTAL						

- Combien d'adhérents pratiquent le vélo ?
- Combien d'adhérents ont plus de 35 ans ?
- Combien d'adhérents de moins de 19 ans pratiquent l'aqua-gym ?
- A partir de ce tableau, on peut remplir trois tableaux différents avec des fréquences en pourcentages :

1^{er} tableau : Fréquences marginales

Age Activité		A	B	C	D	TOTAL
		de 16 à 18 ans	de 19 à 25 ans	de 26 à 35 ans	Plus de 35 ans	
V	Vélo					
G	Aqua-Gym					
S	Step					
TOTAL						100

Faire une phrase pour les résultats des cases grisées.

.....

.....

.....

.....

Pour calculer une fréquence marginale, on divise l'effectif de chaque case par l'effectif total.

On note alors $f(A \cap V) =$

et $f(C \cap S) =$

III. Des fréquences aux probabilités :

1) Activité 2 : Résultats du bac

Objectif Découvrir la notion de probabilité conditionnelle.

Doc. 1 Taux de réussite au baccalauréat 2021

Avec 735 245* candidats et 689 000 bacheliers, le taux de réussite au baccalauréat 2021 est de 93,7 %. Il est de 97,5 % dans la voie générale, 93,9 % en technologique et 86,6 % en professionnel.

Extrait de la note 22.10 de mars 2022 de la direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance.

* Valeur corrigée : la note 22.10 arrondit la valeur à 735 200 candidats.

Doc. 2 Effectifs des élèves de terminale en 2021

Série	Générale	Technologique	Professionnelle
Effectif	381 132	145 125	208 988

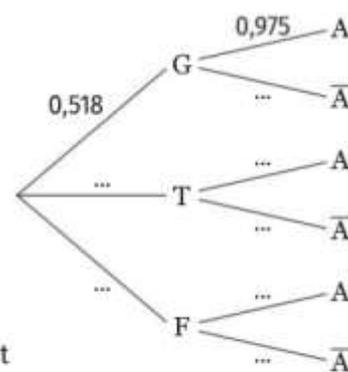
Doc. 3 Propriétés d'un arbre pondéré

- La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à 1.
- La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées.
- Dans un arbre, la probabilité d'un événement est égale à la somme des probabilités des chemins menant à cet événement.

Doc. 4 Un arbre pondéré

On choisit un candidat au hasard parmi les candidats au baccalauréat 2021 et on définit les événements suivants.

- G : « Le candidat est dans la série générale. »
- T : « Le candidat est dans la série technologique. »
- F : « Le candidat est dans la série professionnelle. »
- A : « Le candidat est admis. »



Questions

- 1 Vérifier que le taux de réussite au baccalauréat 2021 est bien égal à 93,7 %.
- 2 a. Réaliser un tableau croisé d'effectifs modélisant la situation.
b. Calculer la fréquence conditionnelle des candidats admis parmi les candidats de la série générale. Dans quel document retrouve-t-on cette valeur ? À quoi correspond-elle sur ce document ?
- 3 a. On choisit, parmi les élèves ayant passé le baccalauréat 2021 dans la série générale, un élève au hasard. On note $P_G(A)$ la probabilité conditionnelle que l'élève soit admis à l'examen sachant qu'il a passé la session générale. Que vaut cette probabilité ?
b. Interpréter $P_G(A)$, puis calculer cette probabilité.
- 4 a. Recopier et compléter l'arbre pondéré du doc. 4.
b. Interpréter $G \cap A$ puis calculer $P(G \cap A)$.
c. Calculer $P(A)$ en utilisant les chemins de l'arbre : quel résultat retrouve-t-on ?

Bilan

Qu'est-ce qu'une probabilité conditionnelle ? Où apparaissent ces probabilités dans un arbre pondéré ?

2) Quelques exemples de calcul de probabilités :

Lors d'un marathon, les 200 participants sont contrôlés. Parmi eux, 20 ont eu un résultat " positif " au test anti-dopage. A la suite d'un examen plus poussé, on se rend compte que 5 coureurs parmi les 20 testés " positif " n'avaient pris aucun produit dopant et que 2 parmi ceux testés " négatif " avaient pris des produits dopants.

a) Compléter le tableau suivant de répartition des coureurs (en effectif)

		D	\bar{D}	
		Coureur dopé	Coureur non dopé	TOTAL
\bar{N}	Testé " positif "			
N	Testé " négatif "			
TOTAL				

On choisit au hasard un coureur parmi les 200 participants.

On considère les événements :

D: " le coureur choisi est dopé " et N : " le coureur choisi est testé " négatif " ".

b) Quelle est la probabilité que le coureur choisi soit testé " positif " ?

.....

c) Exprimer par une phrase les événements \bar{D} , \bar{N} , $D \cap \bar{N}$, $\bar{D} \cap N$.

.....

d) Calculer $P(D \cap \bar{N})$ et $P(\bar{D} \cap N)$.

.....

On choisit au hasard un coureur parmi les coureurs dopés.

e) Calculer la probabilité que ce coureur soit testé "positif ".

On notera cette probabilité $P_D(\bar{N})$.

.....

On choisit au hasard un coureur parmi les coureurs non dopés.

f) Calculer la probabilité que ce coureur soit testé "négatif ".

On notera cette probabilité $P_{\bar{D}}(N)$.

.....

3) Définitions :

a) Événement :

Un événement est un ensemble de résultats possibles d'une expérience aléatoire.

On le notera à l'aide d'une lettre majuscule et on l'exprimera par une phrase entre guillemets.

Exemple : D:

On notera \bar{D} l'événement contraire de D.

\bar{D} :

b) Probabilité d'un événement :

La probabilité de l'événement A se calcule avec la formule $P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables à A}}{\text{nombre de cas possibles}}$

Exemple : $P(\bar{D}) = \dots\dots\dots$

ou $P(\bar{D}) = 1 - P(D) = \dots\dots\dots$

c) Probabilité d'une réunion :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Exemple : Calculer $P(D \cup \bar{N})$.

.....

.....

.....

.....

d) Probabilité conditionnelle :

A et B sont deux événements tels que $P(A) \neq 0$.

On appelle probabilité conditionnelle, la probabilité que B se réalise sachant que A s'est réalisé. On la note $P_A(B)$, on lit ce symbole " P de B sachant A "

et on calcule cette probabilité avec la formule

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\text{nombre de cas favorables à A et B}}{\text{nombre de cas favorables à A}}$$

Exemple : Calculer $P_D(\bar{N})$.

.....

.....

.....

.....