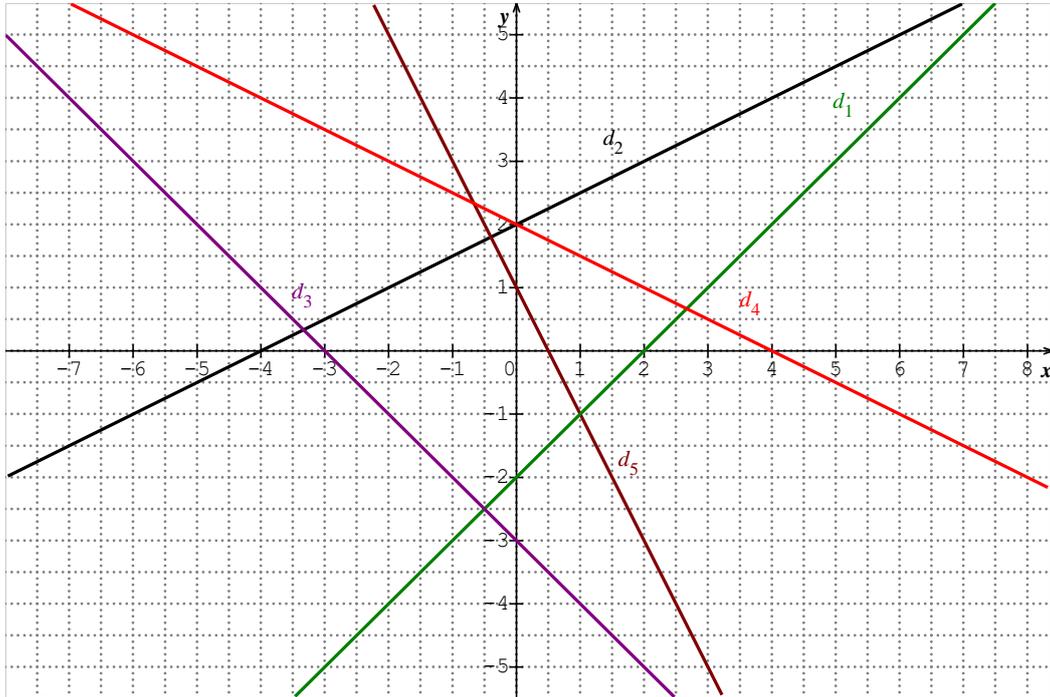


## 2<sup>nd</sup>e Fiche de révisions Fonctions affines

### Exercice 1:

Déterminer les expressions puis tracer le tableau de signes des fonctions affines  $f_1, f_2, f_3, f_4$  et  $f_5$  représentées par les droites  $d_1, d_2, d_3, d_4$  et  $d_5$ .



**Exercice 2:** Étudier les variations et le signe des fonctions  $f, g, h, i, j$  et  $k$  définies sur les réels par :

$$f(x) = 5x - 1$$

$$g(x) = -3x - 4$$

$$h(x) = -2(x + 3)$$

$$i(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

$$j(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}$$

$$k(x) = -\sqrt{2}x + 3$$

### Exercice 3:

$f$  est une fonction affine qui vérifie  $f(-2) = -6$  et  $f(3) = 8$ . Déterminer l'expression de  $f$ .

### Exercice 4:

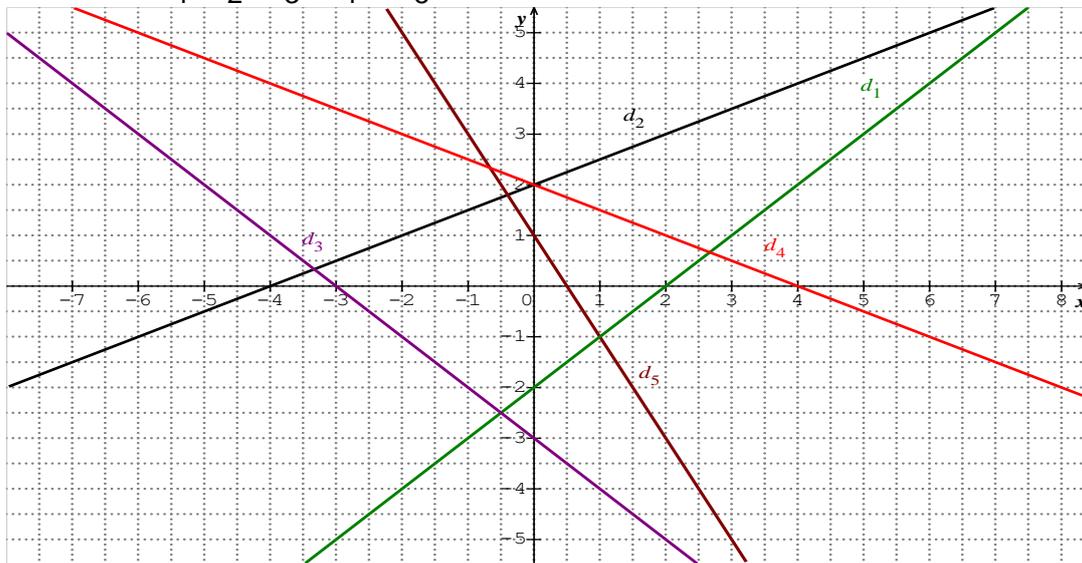
La facture d'eau potable se compose d'une taxe fixe (location du compteur) à laquelle s'ajoute de prix de l'eau consommée. Une compagnie a facturé 134,40€ pour une consommation de 123 m<sup>3</sup> et 242,40€ pour une consommation de 258 m<sup>3</sup>.

- Exprimer le montant de la facture en fonction de la consommation d'eau.  
Représenter graphiquement la fonction sur l'intervalle  $[0 ; 300]$
- Combien serait facturée une consommation de 100 m<sup>3</sup>?
- A quelle consommation correspond une facture de 200€ ?

## 2<sup>nde</sup> CORRECTION Fiche de révisions Fonctions affines

### Exercice 1:

Déterminer les expressions puis le signe des fonctions affines  $f_1, f_2, f_3, f_4$  et  $f_5$  représentées par les droites  $d_1, d_2, d_3, d_4$  et  $d_5$ .



Une fonction affine est de la forme  $f(x) = mx + p$ .

Pour  $f_1$  : La droite  $d_1$  coupe l'axe des ordonnées en  $y = -2$  donc  $p = -2$ .

La droite  $d_1$  passe par les points  $A(0; -2)$  et  $B(2; 0)$ .

Par lecture  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{2} = 1$ . Par calcul  $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - (-2)}{2 - 0} = \frac{2}{2} = 1$

Donc  $f_1(x) = 1x - 2$  donc  $f_1(x) = x - 2$

Pour le tableau de signes de  $f_1$  :

Par lecture graphique :

Une fonction est positive lorsque sa représentation graphique est située au-dessus de l'axe des abscisses.

Une fonction est négative lorsque sa représentation graphique est située au-dessous de l'axe des abscisses.

Une fonction est nulle lorsque sa représentation graphique coupe l'axe des abscisses.

Par le calcul :

On résout  $f(x) \geq 0$  pour trouver l'intervalle où  $f(x)$  est positif.

$$f_1(x) = x - 2 \quad x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$$

On a donc le tableau de signes suivant:

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
Signes de $f_1(x)$	-	0	+

**Pour  $f_2$  :** La droite  $d_2$  coupe l'axe des ordonnées en  $y = 2$  donc  $p = 2$ .

La droite  $d_2$  passe par les points  $C(0 ; 2)$  et  $D(-4 ; 0)$ .

Par lecture  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ . Par calcul  $m = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{0 - 2}{-4 - 0} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

Donc  $f_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$ .

**Pour le tableau de signes de  $f_2$  :**

$$\frac{1}{2}x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x \geq -2 \times 2 \Leftrightarrow x \geq -4$$

On a donc le tableau de signes suivant:

$x$	$-\infty$	$-4$	$+\infty$
Signes de $f_2(x)$	$-$	$0$	$+$

**Pour  $f_3$  :** La droite  $d_3$  coupe l'axe des ordonnées en  $y = -3$  donc  $p = -3$ .

La droite  $d_3$  passe par les points  $E(0 ; -3)$  et  $F(-3 ; 0)$ .

Par lecture  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{3} = -1$ . Par calcul  $m = \frac{y_E - y_F}{x_E - x_F} = \frac{0 - (-3)}{-3 - 0} = \frac{3}{-3} = -1$

Donc  $f_3(x) = -x - 3$ .

**Pour le tableau de signes de  $f_3$  :**

$$-x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow -x \geq 3 \Leftrightarrow x \leq -3 \quad (\text{on divise par un nombre négatif donc on change le sens de l'inéquation})$$

On a donc le tableau de signes suivant:

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
Signes de $f_3(x)$	$+$	$0$	$-$

**Pour  $f_4$  :** La droite  $d_4$  coupe l'axe des ordonnées en  $y = 2$  donc  $p = 2$ .

La droite  $d_4$  passe par les points  $G(0 ; 2)$  et  $H(4 ; 0)$ .

Par lecture  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ . Par calcul  $m = \frac{y_G - y_H}{x_G - x_H} = \frac{0 - 2}{4 - 0} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

Donc  $f_4(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ .

**Pour le tableau de signes de  $f_4$  :**

$$-\frac{1}{2}x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq \frac{-2}{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x \leq (-2) \times (-2) \Leftrightarrow x \leq 4$$

On a donc le tableau de signes suivant:

$x$	$-\infty$	$4$	$+\infty$
Signes de $f_4(x)$	$+$	$0$	$-$

**Pour  $f_5$  :** La droite  $d_5$  coupe l'axe des ordonnées en  $y = 1$  donc  $p = 1$ .

La droite  $d_5$  passe par les points  $K(0 ; 1)$  et  $L(2 ; -3)$ .

Par lecture  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{2} = -2$ . Par calcul  $m = \frac{y_L - y_K}{x_L - x_K} = \frac{-3 - 1}{2 - 0} = \frac{-4}{2} = -2$

Donc  $f_5(x) = -2x + 1$ .

**Pour le tableau de signes de  $f_5$  :**

$$-2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow -2x \geq -1 \Leftrightarrow x \leq \frac{-1}{-2} \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \leq 0,5$$

On a donc le tableau de signes suivant:

$x$	$-\infty$	$0,5$	$+\infty$
Signes de $f_5(x)$	$+$	$0$	$-$

## Exercice 2:

Étudier les variations et le signe des fonctions  $f, g, h, i, j$  et  $k$  définies sur les réels par :

$$f(x) = 5x - 1$$

$$g(x) = -3x - 4$$

$$h(x) = -2(x + 3)$$

$$i(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

$$j(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}$$

$$k(x) = -\sqrt{2}x + 3$$

Une fonction affine s'annule pour  $x = -\frac{p}{m}$ .

Si  $m > 0$  elle est croissante et elle est donc négative avant le zéro et positive après.

Si  $m < 0$  elle est décroissante et elle est donc positive avant le zéro et négative après.

On a donc les tableaux de variations et de signes suivants:

Pour  $f$  :  $m = 5$  et  $p = -1$   $m > 0$  donc  $f$  est croissante et  $f$  s'annule pour  $x = \frac{1}{5}$

Tableau de variations :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
Variations de $f$		

Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{5}$	$+\infty$
Signes de $f(x)$	-	0	+

Pour  $g$  :  $m = -3$  et  $p = -4$   $m < 0$  donc  $g$  est décroissante et  $g$  s'annule pour  $x = -\frac{4}{3}$

Tableau de variations :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
Variations de $g$		

Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	$+\infty$
Signes de $g(x)$	+	0	-

Pour  $h$  :  $m = -2$  et  $p = -6$   $m < 0$  donc  $h$  est décroissante et  $h$  s'annule pour  $x = -\frac{6}{2} = -3$

Tableau de variations :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
Variations de $h$		

Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
Signes de $h(x)$	+	0	-

Pour  $i$  :  $m = \frac{1}{2}$  et  $p = -2$   $m > 0$  donc  $i$  est croissante et  $i$  s'annule pour  $x = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2 \times 2 = 4$

Tableau de variations :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
Variations de $i$		

Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$4$	$+\infty$
Signes de $i(x)$	-	0	+

Pour  $j$  :  $m = \frac{3}{4}$  et  $p = -\frac{1}{3}$   $m > 0$  donc  $j$  est croissante et  $j$  s'annule pour  $x = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{9}$

Tableau de variations :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
Variations de $j$		

Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$\frac{4}{9}$	$+\infty$
Signes de $j(x)$	-	0	+

Pour  $k$  :  $m = -\sqrt{2}$  et  $p = 3$   $m < 0$  donc  $k$  est décroissante et  $k$  s'annule pour  $x = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Tableau de variations :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
Variations de $k$		

Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
Signes de $k(x)$	+	0	-

### Exercice 3:

$f$  est une fonction affine qui vérifie  $f(-2) = -6$  et  $f(3) = 8$

Déterminer l'expression de  $f$ .

On a  $f(x) = m x + p$   
avec  $f(-2) = -6$  et  $f(3) = 8$ .

$$\text{Calcul de } m : m = \frac{8 - (-6)}{3 - (-2)} = \frac{14}{5}$$

$$\text{Calcul de } p : p = 8 - \frac{14}{5} \times 3 = 8 - 8,4 = -0,4 = -\frac{2}{5}$$

$$\text{Donc } f(x) = \frac{14}{5}x - \frac{2}{5}$$

### Exercice 4:

La facture d'eau potable se compose d'une taxe fixe (location du compteur) à laquelle s'ajoute de prix de l'eau consommée. Une compagnie a facturé 134,40€ pour une consommation de 123 m<sup>3</sup> et 242,40€ pour une consommation de 258 m<sup>3</sup>.

- a) Exprimer le montant de la facture en fonction de la consommation d'eau.  
Représenter graphiquement la fonction sur l'intervalle [0 ; 300].

Soit  $x$  le nombre de m<sup>3</sup> d'eau consommés.  $f(x)$  est le montant de la facture en euros.

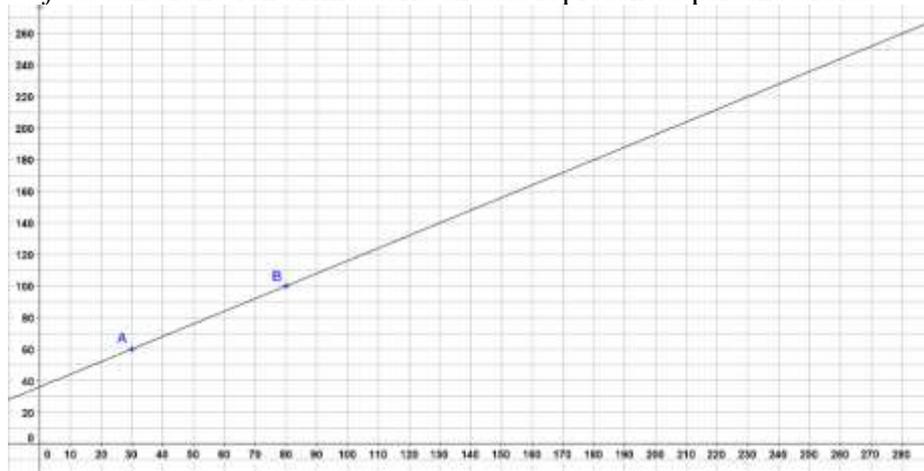
La facture se compose d'une partie variable et d'une partie fixe donc on a  $f(x) = m x + p$   
avec  $f(123) = 134,40$  et  $f(258) = 242,40$ .

$$\text{Calcul de } m : m = \frac{242,40 - 134,4}{258 - 123} = \frac{108}{135} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Calcul de } p : p = 134,40 - \frac{4}{5} \times 123 = 134,40 - 98,40 = 36.$$

Donc  $f(x) = \frac{4}{5}x + 36$ . La location du compteur est donc de 36€ par mois.

$f$  est une fonction affine donc elle est représentée par une droite.



b) Combien serait facturée une consommation de  $100 \text{ m}^3$ ?

$$f(100) = \frac{4}{5} \times 100 + 36 = 116. \text{ La facture pour } 100\text{m}^3 \text{ sera de } 116\text{€}.$$

c) A quelle consommation correspond une facture de  $200\text{€}$  ?

Il faut résoudre  $f(x) = 200$ .

$$f(x) = 200 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + 36 = 200 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x = 164 \Leftrightarrow x = 164 \times \frac{5}{4} = 205.$$

Une facture de  $200\text{€}$  correspond à une consommation de  $205\text{m}^3$ .