

Nom : Prénom :	DS 01 CASE DES MATHS	TMATHS OISELET <i>Devoir n° 02</i> Sept. 2023 .../...
-------------------------------	---	---

Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. **Faites des phrases claires et précises.**
 Le barème est approximatif. La calculatrice en mode examen est autorisée.

Attention ! Le sujet est recto-verso.

Exercice 1 2CM

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées, dont une seule est exacte. Le candidat complètera le tableau de la page 3 qui sera ramassé 20 minutes après le début de l'épreuve. On ne demande pas de justification. Il est attribué 1 point si la réponse est exacte. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.

1 pt **1** La quantité $\frac{(e^{2x})^2}{e^{3x+1} \times e^{-x-1}}$ peut se simplifier en :

- a. e^{2x} b. e^{4x+2} c. 1 d. 0

1 pt **2** On peut remplacer $2 + \frac{3e^{-x} - 5}{e^{-x} + 1}$ par :

- a. $\frac{5 - 3e^x}{1 - e^x}$ b. $\frac{5 + 3e^x}{1 - e^x}$ c. $\frac{5 + 3e^x}{1 + e^x}$ d. $\frac{5 - 3e^x}{1 + e^x}$

1 pt **3** On peut écrire $(3x - 1)e^x < 0 \iff 3x - 1 < 0$ car :

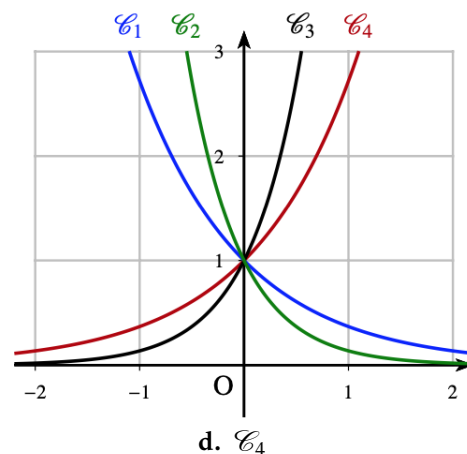
- a. La fonction exp est monotone b. La fonction exp est strictement croissante sur $\mathbb{R}$
 c. La fonction exp est strictement positive sur $\mathbb{R}$ d. La fonction exp est non nulle sur $\mathbb{R}$

1 pt **4**

On a représenté quatre fonctions f, g, h et k définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^x, g(x) = e^{-x}, h(x) = e^{2x}, k(x) = e^{-2x}$$

Laquelle de ces courbes représente la fonction k ?



- a. $\mathcal{C}_1$ b. $\mathcal{C}_2$ c. $\mathcal{C}_3$ d. $\mathcal{C}_4$

1 pt **5** Soit f la fonction de courbe $\mathcal{C}_f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x$.

La tangente à la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f en $x = 1$ a pour équation :

- a. $y = ex + e$ b. $y = 2ex - e$ c. $y = 2ex + e$ d. $y = ex$

**Exercice 2 : Simplifions !****5 points**

5 pts

- 1** Écrire plus simplement les expressions suivantes en utilisant les propriétés algébriques de l'exponentielle :

$$A = \frac{e^6 \times e^{-4}}{e^{-3}} \quad B = \frac{e^{1+x}}{e^{x+2}} \quad C = \frac{(e^{-2x})^3 \times e^{4x}}{e^{-2x}}$$

- 2** Montrer les égalités suivantes, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

a. $2e^{2x} + 6e^x - 8 = 2(e^x - 1)(e^x + 4)$

b. $\frac{(e^x - 1)(e^x + 1)}{e^{2x}} = 1 - e^{-2x}$

**Exercice 3 : Equations et Inéquations****5 points**

5 pts Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ou inéquations suivantes :

1 $e^{2x-3} = e^2$

2 $(5x - 7)e^{3x-1} = 0$

3 $e^{-x} - 1 \leq 0.$

4 $(6 - 5x)e^x > 0.$

**Exercice 4****5 points**

5 pts Calculer la dérivée de chacune des fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$:

1 $f(x) = 7x^2 + 5x + 1 - 3e^x$

2 $g(x) = (3x + 5)e^x$

3 $h(x) = \frac{e^x + 1}{3e^x + 2}$

**Exercice 5 : Variations****6 points**

6 pts Soit la fonction f définie sur $[0; 5]$ par : $f(x) = (4x - 1)e^{-x}$

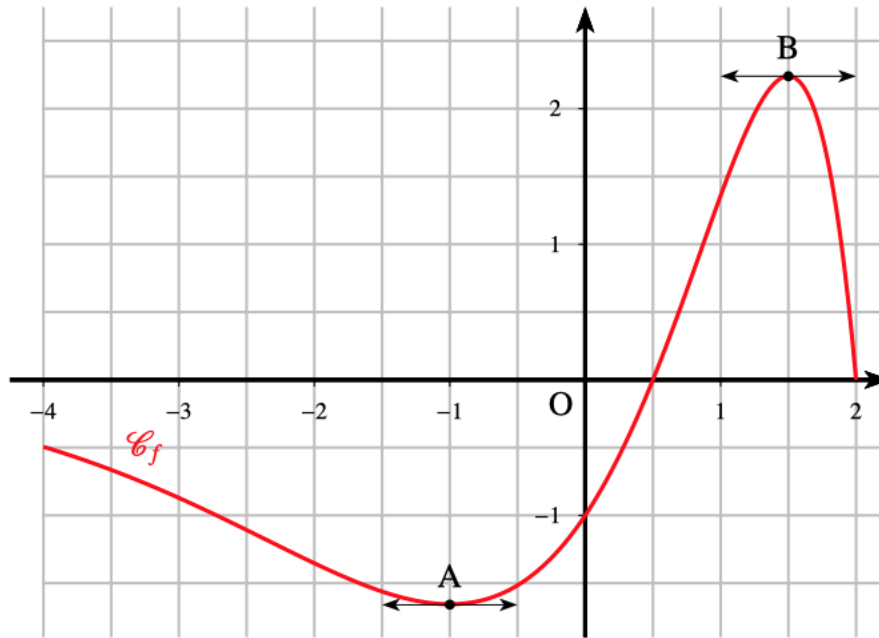
- 1** Déterminer et factoriser $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f .

- 2** Résoudre $f'(x) = 0$ puis dresser le tableau de variations de f sur $[0; 5]$ en précisant les valeurs exactes des bornes et du maximum de f .

**Exercice 6 Représentation graphique et fonction****5 points**

5 pts

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-4; 2]$ dont on donne la courbe C_f ci-dessous.



- 1 Résoudre graphiquement $f'(x) = 0$ et $f'(x) \leq 0$. Justifier.
- 2 On admet que la fonction f est définie par : $f(x) = (-x^2 + 2,5x - 1)e^x$.
 - a. Déterminer la fonction dérivée f' .
 - b. Étudier le signe de la fonction f' sur $[-4; 2]$ puis dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[-4; 2]$.
 - c. Déterminer l'équation de la tangente à C_f en $\frac{1}{2}$.

Exercice 7

3 points

3 pts On appelle cosinus hyperbolique la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\text{ch} : x \mapsto \text{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ et sinus hyperbolique la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\text{sh} : x \mapsto \text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

- 1 Montrez que $\text{ch}(x) + \text{sh}(x) = e^x$ puis que $\text{ch}(x) - \text{sh}(x) = e^{-x}$.
- 2 Montrez que $\text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x) = 1$

Exercice 8 Bonus

4,75 points

4.75 pts On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax + b)e^{-3x}$ avec a et b deux réels.

- 1 Calculer $f'(x)$.
- 2 Trouver a et b sachant que $f(0) = 1$ et $f'(0) = 0$.
- 3 Étudier les variations de f .
- 4 Déterminer l'équation de la tangente à C_f , la courbe représentative de f , au point d'abscisse 0.

Exercice 9 Pour occuper ceux qui vont trop vite!

4 points

4 pts Soit Γ la courbe de la fonction exponentielle. A et B deux points distincts de Γ .
Démontrer que le segment $[AB]$ se situe toujours au dessus de Γ .

<i>Nom :</i> <i>Prénom :</i>	DS 01 CASE DES MATHS	TMATHS OISELET <i>Devoir n° 02</i> <i>Sept. 2023</i> <i>.../...</i>
---	--	--

Feuille de réponses de l'exercice 1 :



A rendre au bout de 20 minutes.

Nom , prénom :

Groupe :

	Question 1	Question 2	Question 3	Question 4	Question 5
Réponse					